

Évaluation

Suites numériques

Sujet A

19/11/2021

Note et remarques : /15

Instructions générales :

- La rédaction est attendue claire et complète et prise en compte dans l'évaluation.
- Des pénalités pourront être appliquées en cas de manque de soin.
- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice est autorisée.

Exercice 1. (/3)

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = \sin\left(n\frac{\pi}{6}\right)$.

1. Calculer les six premiers termes de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

2. Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est bornée.

Exercice 2. (/3)

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\begin{cases} u_0 = 1, \\ u_{n+1} = u_n - n^2. \end{cases}$$

1. Calculer u_1 et u_2 .

2. Étudier les variations de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

3. Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est majorée et donner un majorant.

Exercice 3. (/2)

Donner, sans justifier, la limite des suites suivantes lorsque n tend vers $+\infty$:

1. $u_n = 3n^2 - 2n + 6$.

2. $v_n = 1 - \frac{1}{n^2 + 1}$.

Exercice 4. (/3)

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 2$.

1. Déterminer les variations de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

2. $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est-elle minorée, majorée, bornée ? Justifier.

Exercice 5. (/4)

On considère l'algorithme suivant :

Algorithme 1 : Calcul de terme

Données : $n \in \mathbb{N}, u \in \mathbb{R}$
1 Début
2 | $n \leftarrow 0$
3 | $u \leftarrow 1$
4 | **Tant que** $n < 3$ **Faire**
5 | | $u \leftarrow u + 5n - 1$
6 | | $n \leftarrow n + 1$
Sorties : u
7 Fin

1. Détailler l'exécution de cet algorithme sous la forme d'un tableau. Quelle(s) valeur(s) affiche-t-il en sortie ?

--	--

2. Quelle est la suite associée à cet algorithme ? On donnera sa formule de récurrence et son premier terme.

--	--

3. On admet que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante à partir de $n = 1$ et diverge vers $+\infty$. Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il détermine et affiche la première valeur de n pour laquelle $u_n > 1000$.

Algorithme 2 : Recherche de seuil

Données : $n \in \mathbb{N}, u \in \mathbb{R}$
1 Début
2 |
3 |
4 | **Tant que** **Faire**
5 | |
6 | |
Sorties :
7 Fin
