

## Évaluation

## Suites numériques

Sujet B

19/11/2021

Note et remarques : /15

**Instructions générales :**

- La rédaction est attendue claire et complète et prise en compte dans l'évaluation.
- Des pénalités pourront être appliquées en cas de manque de soin.
- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice est autorisée.

**Exercice 1.** ( /3)

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $u_n = \cos\left(n\frac{\pi}{3}\right)$ .

1. Calculer les six premiers termes de  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

2. Montrer que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est bornée.

---

**Exercice 2.** ( /3)

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par

$$\begin{cases} u_0 = 0, \\ u_{n+1} = u_n + \frac{1}{n^2 + 1}. \end{cases}$$

1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .

2. Étudier les variations de  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

3. Montrer que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est minorée et donner un minorant.

**Exercice 3.** ( /2)

Donner, sans justifier, la limite des suites suivantes lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$  :

1.  $u_n = -n^2 + 100n + 1$ .

2.  $v_n = 3 - \frac{1}{n^4}$ .

**Exercice 4.** ( /3)

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $u_n = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^n$ .

1. Déterminer les variations de  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

2.  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est-elle minorée, majorée, bornée ? Justifier.

---

**Exercice 5.** ( /4)

On considère l'algorithme suivant :

---

**Algorithme 1 : Calcul de terme**

---

**Données :**  $n \in \mathbb{N}, u \in \mathbb{R}$   
**1 Début**  
**2** |  $n \leftarrow 0$   
**3** |  $u \leftarrow 0$   
**4** | **Tant que**  $n < 3$  **Faire**  
**5** | |  $u \leftarrow u - 3n + 4$   
**6** | |  $n \leftarrow n + 1$   
**Sorties :**  $u$   
**7 Fin**

---

1. Détailler l'exécution de cet algorithme sous la forme d'un tableau. Quelle(s) valeur(s) affiche-t-il en sortie ?

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

2. Quelle est la suite associée à cet algorithme ? On donnera sa formule de récurrence et son premier terme.

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

3. On admet que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est décroissante à partir de  $n = 2$  et diverge vers  $-\infty$ . Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il détermine et affiche la première valeur de  $n$  pour laquelle  $u_n < -1000$ .

---

**Algorithme 2 : Recherche de seuil**

---

**Données :**  $n \in \mathbb{N}, u \in \mathbb{R}$   
**1 Début**  
**2** | .....  
**3** | .....  
**4** | **Tant que** ..... **Faire**  
**5** | | .....  
**6** | | .....  
**Sorties :** .....  
**7 Fin**

---