Nom : **Prénom :** **Groupe : 2$^{\text{de}}$ 7**

Évaluation

Généralités sur les Fonctions

Sujet A 23/11/2021

Note et remarques : A : /3 ; B1 : /8 ; C1 : /4 ; D1 : /2 ; E1 : /3 ; Total : /20

Instructions générales :

- *Les exercices sont indépendants les uns des autres.*
- *La calculatrice n'est pas autorisée.*

Exercice 1.

Soit h une fonction définie par le tableau de valeurs suivants :

z	-2	$-1,7$	0	0,5	3,2	5	5,5
$h(z)$	-2	0	2	5,5	-2	-2	1

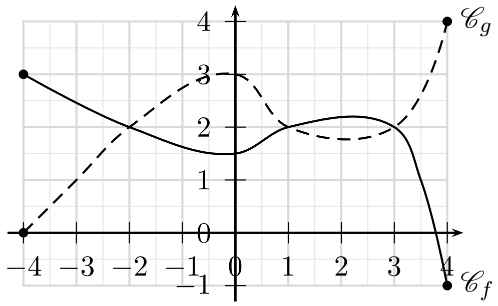
1. Quelles sont les images de -2, 0 et 5,5 par h ?

-2 a pour image -2.
0 a pour image 2.
5,5 a pour image 1.

2. Quels sont les antécédents de -2, 0 et 5,5 par h ?

-2 a pour antécédents -2, 3,2 et 5.
0 a pour antécédent $-1,7$.
5,5 a pour antécédent 0,5.

Exercice 2.
Soit f et g deux fonctions définies par les courbes ci-contres. Les solutions données aux questions suivantes seront approximatives.



1. Donner l'image de -4 par g.

-4 a pour image 0 par g.

2. Donner les éventuels antécédents de 1 par g.

1 a pour antécédents -3 par g.

3. Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.

Les solutions sont les abscisses des points d'intersections des courbes de f et g donc -2, 1 et 3.

4. Résoudre graphiquement $g(x) > 1$.

La solution de $g(x) > 1$ est $]-3\,;4]$.

5. Résoudre graphiquement $g(x) \leq 2$.

La solution de $g(x) \leq 2$ est $[-4\,;-2] \cup [1\,;3]$.

6. Résoudre graphiquement $g(x) > f(x)$.

La solution $g(x) > f(x)$ est $]-2\,;1[\cup]3\,;4]$.

Exercice 3.

Soient f, g et h trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 4x^2 - 8x - 12, \quad g(x) = 4(x-1)^2 - 16, \quad h(x) = 4(x-3)(x+1).$$

1. Montrer que f, g et h sont trois expressions d'une seule et même fonction.

Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} g(x) &= 4(x-1)^2 - 16 \\ &= 4(x^2 - 2x + 1) - 16 \\ &= 4x^2 - 8x + 4 - 16 \\ &= 4x^2 - 8x - 12 \\ &= f(x), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h(x) &= 4(x-3)(x+1) \\ &= 4(x^2 + x - 3x - 3) \\ &= 4(x^2 - 2x - 3) \\ &= 4x^2 - 8x - 12 \\ &= f(x). \end{aligned}$$

On a donc $f(x) = g(x) = h(x)$. Autrement, les trois fonctions sont égales.

2. En choisissant l'expression la plus adaptée de f, calculer l'image de 0.

$$f(0) = 4 \times 0^2 - 8 \times 0 - 12 = -12.$$

3. En choisissant l'expression la plus adaptée de f, calculer l'image de $\sqrt{2} + 1$.

$$\begin{aligned} f(\sqrt{2}+1) &= g(\sqrt{2}+1) \\ &= 4(\sqrt{2}+1-1)^2 - 16 \\ &= 4(\sqrt{2})^2 - 16 \\ &= 4 \times 2 - 16 \\ &= -8. \end{aligned}$$

4. En choisissant l'expression la plus adaptée de f, déterminer les éventuels antécédents de 0.

On cherche x tel que $f(x) = 0$, ou encore $h(x) = 0$ donc

$$4(x-3)(x+1) = 0.$$

D'après la règle du produit nul, soit $x - 3 = 0$, i.e. $x = 3$; soit $x + 1 = 0$, i.e. $x = -1$.

0 a donc pour antécédents -1 et 3.

5. En choisissant l'expression la plus adaptée de f, déterminer les éventuels antécédents de -12.

On cherche x tel que $f(x) = -12$, i.e.

$$\begin{aligned} f(x) &= -12 \\ 4x^2 - 8x - 12 &= -12 \\ 4x^2 - 8x &= 0 \\ 4x(x-2) &= 0. \end{aligned}$$

D'après la règle du produit nul, soit $4x = 0$, i.e. $x = 0$; soit $x - 2 = 0$, i.e. $x = 2$.

-12 a donc pour antécédents 0 et 2.