

Évaluation

Généralités sur les Fonctions

Sujet B

23/11/2021

Note et remarques : A : /3 ; B1 : /8 ; C1 : /4 ; D1 : /2 ; E1 : /3 ; Total : /20

Instructions générales :

- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1.Soit h une fonction définie par le tableau de valeurs suivants :

| | | | | | | | |
|--------|-----|------|----|-----|-----|----|-----|
| z | -2 | -1,7 | 0 | 0,5 | 3,2 | 5 | 5,5 |
| $h(z)$ | 5,5 | 2 | -2 | 3,2 | 0 | -2 | 5,5 |

1. Quelles sont les images de -2, 0 et 3,2 par h ?

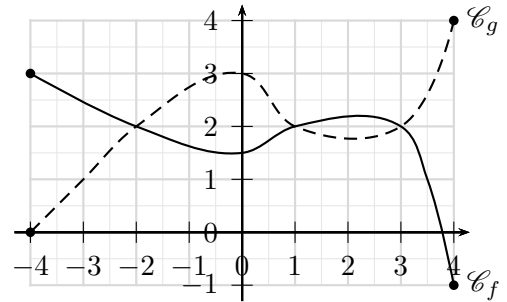
-2 a pour image 5,5.
0 a pour image -2.
3,2 a pour image 0.

2. Quels sont les antécédents de -2, 3,2 et 5,5 par h ?

-2 a pour antécédents 0 et 5.
3,2 a pour antécédent 0,5.
5,5 a pour antécédent -2 et 5,5.

Exercice 2.

Soit f et g deux fonctions définies par les courbes ci-contre. Les solutions données aux questions suivantes seront approximatives.



1. Donner l'image de 0 par f .

0 a pour image 1,5 par f .

2. Donner les éventuels antécédents de -1 par f .

-1 a pour antécédents 4 par f .

3. Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.

Les solutions sont les abscisses des points d'intersections des courbes de f et g donc $-2, 1$ et 3 .

4. Résoudre graphiquement $f(x) > 1$.

La solution de $f(x) > 1$ est $]-4; 3, 5]$.

5. Résoudre graphiquement $f(x) \leq 2$.

La solution de $f(x) \leq 2$ est $[-2; 1] \cup [3; 4]$.

6. Résoudre graphiquement $g(x) < f(x)$.

La solution $g(x) < f(x)$ est $[-4; -2[\cup]1; 3[$.

Exercice 3.

Soient f , g et h trois fonctions définies sur \mathbb{R} par

$$f(x) = 3x^2 + 30x + 63, \quad g(x) = 3(x + 5)^2 - 12, \quad h(x) = 3(x + 3)(x + 7).$$

1. Montrer que f , g et h sont trois expressions d'une seule et même fonction.

Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} g(x) &= 3(x + 5)^2 - 12 \\ &= 3(x^2 + 10x + 25) - 12 \\ &= 3x^2 + 30x + 75 - 12 \\ &= 3x^2 + 30x + 63 \\ &= f(x), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h(x) &= 3(x + 3)(x + 7) \\ &= 3(x^2 + 7x + 3x + 21) \\ &= 3(x^2 + 10x + 21) \\ &= 3x^2 + 30x + 63 \\ &= f(x). \end{aligned}$$

On a donc $f(x) = g(x) = h(x)$. Autrement, les trois fonctions sont égales.

2. En choisissant l'expression la plus adaptée de f , calculer l'image de 0.

$$f(0) = 3 \times 0^2 + 10 \times 0 + 63 = 63.$$

3. En choisissant l'expression la plus adaptée de f , calculer l'image de $\sqrt{3} - 5$.

$$\begin{aligned} f(\sqrt{3} - 5) &= g(\sqrt{3} - 5) \\ &= 3(\sqrt{3} - 5 + 5)^2 - 12 \\ &= 3(\sqrt{3})^2 - 12 \\ &= 3 \times 3 - 12 \\ &= -3. \end{aligned}$$

4. En choisissant l'expression la plus adaptée de f , déterminer les éventuels antécédents de 0.

On cherche x tel que $f(x) = 0$, ou encore $h(x) = 0$ donc

$$3(x + 3)(x + 7) = 0.$$

D'après la règle du produit nul, soit $x + 3 = 0$, i.e. $x = -3$; soit $x + 7 = 0$, i.e. $x = -7$.

0 a donc pour antécédents -7 et -3 .

5. En choisissant l'expression la plus adaptée de f , déterminer les éventuels antécédents de 63.

On cherche x tel que $f(x) = 63$, i.e.

$$\begin{aligned} f(x) &= 63 \\ 3x^2 + 30x + 63 &= 63 \\ 3x^2 + 30x &= 0 \\ 3x(x + 10) &= 0. \end{aligned}$$

D'après la règle du produit nul, soit $3x = 0$, i.e. $x = 0$; soit $x + 10 = 0$, i.e. $x = -10$.

63 a donc pour antécédents -10 et 0 .