Nom : **Prénom :** **Groupe : 1re Maths**

Évaluation

Dérivation

Sujet B 03/12/2021

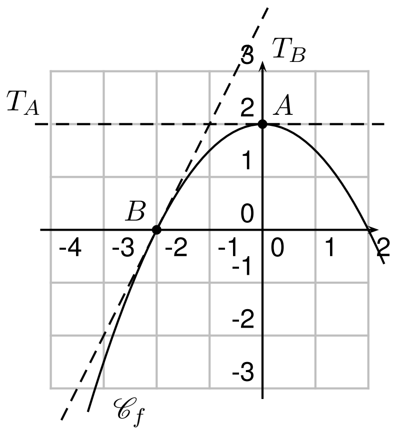
Note et remarques : /10

Instructions générales :

- *La rédaction est attendue claire et complète et prise en compte dans la l'évaluation.*
- *Des pénalités pourront être appliquées en cas de manque de soin.*
- *Les exercices sont indépendants les uns des autres.*
- *La calculatrice n'est pas autorisée.*

Exercice 1. (/3)

On considère f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ dont on a la représentation graphique ci dessous. T_A est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A et T_B au point B.



1. Quel est le nombre dérivé de f en -2 ? en 0 ? Justifier.

Le nombre dérivé en -2 est le coefficient directeur de la tangente T_B donc $f'(-2) = 2$. De même, $f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente T_A, donc $f'(0) = 0$.

2. Quelles sont les équations des tangentes T_A et T_B ?

L'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point x_0 est

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0).$$

Pour T_A, on a donc

$$y = 0(x - 0) + 2 \iff y = 2.$$

Et pour T_B, on a

$$y = 2(x - (-2)) + 0 \iff y = 2x + 4.$$

Exercice 2. (/5)

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative. Existe-t-il une tangente de $\mathscr{C}_f$ qui soit parallèle à la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 5x + 2$?

Deux droites sont parallèles si et seulement si leurs coefficients directeurs sont égaux, or le coefficient directeur de la tangente de $\mathscr{C}_f$ en un point d'abscisse x est le nombre dérivé $f'(x)$. On veut donc résoudre $f'(x) = 5$. On va calculer $f'(x)$ pour un x quelconque. Pour cela, on calcule d'abord le taux d'accroissement puis on passe ensuite à la limite. Soient $x \in \mathbb{R}$ et $h \neq 0$, on a

$$\begin{aligned}
\frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{-2(x+h)^2 + 4(x+h) + 1 - (-2x^2 + 4x + 1)}{h} \\
&= \frac{-2(x^2 + 2xh + h^2) + 4x + 4h + 1 + 2x^2 - 4x - 1}{h} \\
&= \frac{-2x^2 - 4xh - 2h^2 + 4h + 2x^2}{h} \\
&= \frac{-4xh - 2h^2 + 4h}{h} \\
&= -4x - 2h + 4 \\
&\underset{h \to 0}{\longrightarrow} -4x + 4.
\end{aligned}$$

On a donc $f'(x) = -4x + 4$. On va maintenant résoudre $-4x + 4 = 5$; la solution est $x = -\frac{1}{4}$.

f admet donc une tangente parallèle à la droite $\mathscr{D}$ au point d'abscisse $-\frac{1}{4}$.

Exercice 3. (/2)

La fonction $f(x) = \sqrt{x}$ définie sur $\mathbb{R}+$ est-elle dérivable en 0 ? Justifier.

On calcule la limite du taux d'accroissement en 0 :

$$\frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \frac{\sqrt{h}}{h} = \frac{1}{\sqrt{h}} \underset{h \to 0}{\longrightarrow} +\infty.$$

Cette limite n'étant pas finie, on en déduit que f n'est pas dérivable en 0.