Nom : **Prénom :** **Groupe : 1re Maths**

Évaluation

Probabilités Conditionnelles

Sujet A 17/12/2021

Note et remarques : /10

Instructions générales :

- *La rédaction est attendue claire et complète et prise en compte dans l'évaluation.*
- *Des pénalités pourront être appliquées en cas de manque de soin.*
- *Les exercices sont indépendants les uns des autres.*
- *La calculatrice est autorisée.*

Exercice 1. (/2)

1. Compléter le tableau de probabilité ci-contre sachant que :

— $\mathbb{P}(A) = 0,4$;
— $\mathbb{P}(\overline{B}) = 0,7$;
— $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,2$.

	A	$\overline{A}$	Total
B	0,2	0,1	0,3
$\overline{B}$	0,2	0,5	0,7
Total	0,4	0,6	1

2. Calculer la probabilité de A sachant $\overline{B}$.

$$\mathbb{P}_{\overline{B}}(A) = \frac{\mathbb{P}(A \cap \overline{B})}{\mathbb{P}(\overline{B})} = \frac{0,2}{0,7} = \frac{2}{7} \simeq 0,286.$$

Exercice 2. (/2)

On tire une carte dans un jeu de 32 cartes. Déterminer si les événements suivants sont indépendants : A « tirer un roi rouge » et B « tirer un cœur ».

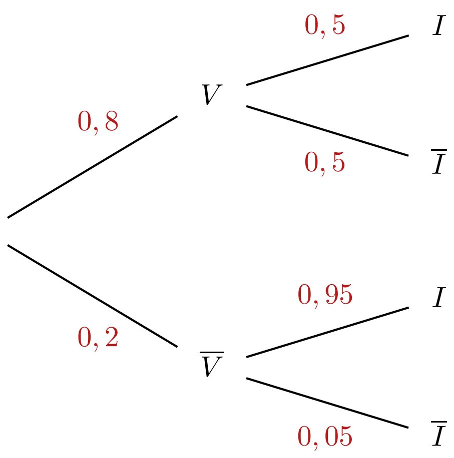
A et B sont indépendants si et seulement si $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}(B)$.

On a $\mathbb{P}(A) = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$, $\mathbb{P}(B) = \frac{1}{4}$ et $\mathbb{P}(A \cap B) = \frac{1}{32}$ (probabilité de tirer le roi de cœur). On a donc

$$\mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}(B) = \frac{1}{16} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64} \neq \mathbb{P}(A \cap B).$$

A et B ne sont donc pas indépendants.

Exercice 3. (/6)



Un virus se propage au sein d'une population qui tente de s'immuniser contre celui-ci à l'aide d'un vaccin. Environ 80% de la population est vaccinée et on estime qu'une fois vacciné, un individu à 50% de chance d'être infecté par le virus s'il est contact avec celui-ci alors que c'est 95% pour un individu non vacciné. On note :

- V l'événement « l'individu est vacciné » ;
- $\overline{V}$ l'événement « l'individu n'est pas vacciné » ;
- I l'événement « l'individu est infecté » ;
- $\overline{I}$ l'événement « l'individu n'est pas infecté ».

1. À l'aide des données de l'énoncé, compléter l'arbre ci-dessus.

2. Calculer la probabilité d'être vacciné et infecté par le virus.

Être vacciné et infecté par le virus est l'événement $V \cap I$, on a

$$\mathbb{P}(V \cap I) = \mathbb{P}(V) \times \mathbb{P}_V(I) = 0,8 \times 0,5 = 0,4.$$

Il y a 40% de chances d'être vacciné et infecté par le virus.

3. Calculer la probabilité d'être infecté.

On a

$$\mathbb{P}(I) = \mathbb{P}(V \cap I) + \mathbb{P}(\overline{V} \cap I) = 0,4 + 0,2 \times 0,95 = 0,4 + 0,19 = 0,59.$$

Il y a 59% de chances d'être infecté.

4. Sachant qu'un individu n'est pas infecté, quelle est la probabilité qu'il soit vacciné ?

On souhaite donc calculer $\mathbb{P}_{\overline{I}}(V)$. Pour cela, calculons d'abord $\mathbb{P}(\overline{I}) = 1 - \mathbb{P}(I) = 0,41$. Calculons ensuite

$$\mathbb{P}(\overline{I} \cap V) = \mathbb{P}(V) \times \mathbb{P}_V(\overline{I}) = 0,8 \times 0,5 = 0,4.$$

On a donc

$$\mathbb{P}_{\overline{I}}(V) = \frac{\mathbb{P}(\overline{I} \cap V)}{\mathbb{P}(\overline{I})} = \frac{0,4}{0,41} \simeq 0,975.$$

Sachant qu'un individu n'est pas infecté, il y a 97,5% de chances soit vacciné.

5. En déduire la probabilité de ne pas être vacciné sachant que l'on n'est pas infecté.

On souhaite donc calculer $\mathbb{P}_{\overline{I}}(\overline{V})$. On a

$$\mathbb{P}_{\overline{I}}(\overline{V}) = 1 - \mathbb{P}_{\overline{I}}(V) = 1 - 0,975 = 0,025.$$

Il y a 2,5% de chances de ne pas être vacciné sachant que l'on n'est pas infecté.