

Évaluation

Fonction dérivée et application

Sujet A

21/01/2022

Note et remarques : /15

--

Instructions générales :

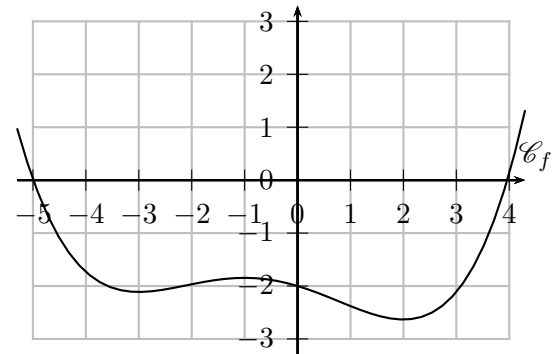
- La rédaction est attendue claire et complète et prise en compte dans l'évaluation.
- Des pénalités pourront être appliquées en cas de manque de soin.
- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice est autorisée.

Exercice 1. (/4)

Soit f la fonction définie par la courbe ci-dessous. On admet qu'elle est dérivable sur \mathbb{R} .

1. Donner les solutions de $f'(x) = 0$. Justifier

--



2. Quel est le signe de $f'(-4)$? Justifier.

--

3. Comparer $f'(-2)$ et $f'(1)$. Justifier.

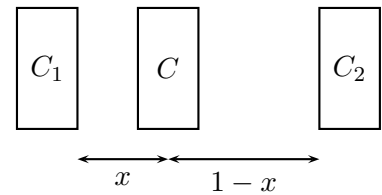
--

Exercice 2. (/6)

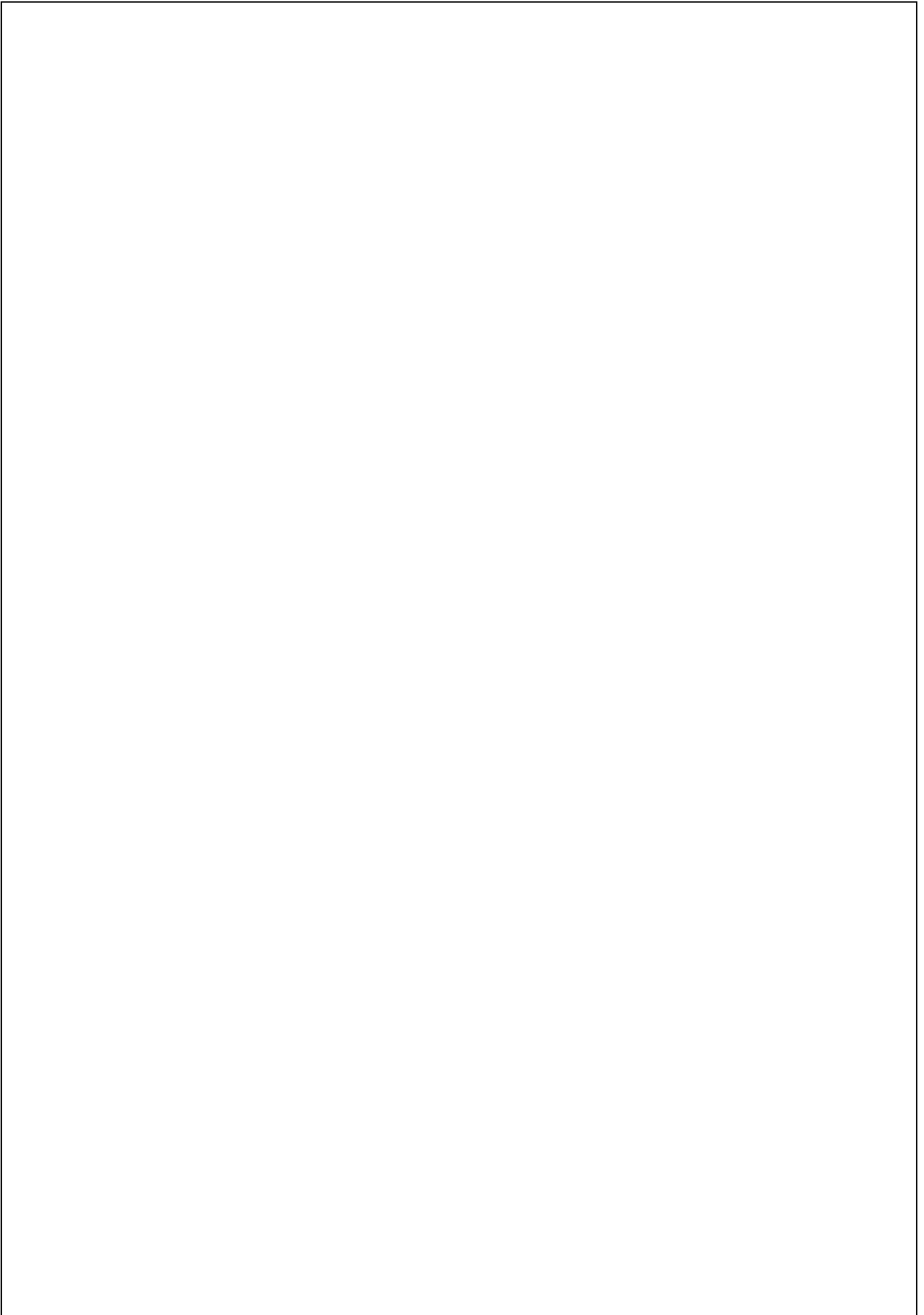
Vous êtes ingénieur-e pour la Multinationale et celle-ci prévoit de commercialiser son nouveau iTruc Universe révolutionnaire afin de remplacer l'iTruc Galaxy de l'an dernier qui est devenu moins révolutionnaire. Vous travaillez sur l'architecture de la carte mère du nouvel iTruc et cherchez actuellement à placer un composant électronique entre deux autres de façon optimale. En effet, ce composant est sensible à la chaleur et les deux autres en émettent par effet Joule. Vous avez d'abord mis le composant au hasard entre les deux autres mais celui-ci a explosé, détruisant ainsi la moitié du labo nord. Heureusement, votre $n + 1$ était trop occupé à faire semblant de préparer un PowerPoint pour son date de 22h et ne s'est aperçu de rien. Rectifier votre erreur en déterminant à quelle distance placer le composant des deux autres afin de minimiser la chaleur qu'il recevra puis réparer le labo nord et retourner voir votre $n + 1$ pour 22h.

Le composant 1 émet deux fois plus de chaleur que le 2 et ils sont à une distance de $1\mu\text{m}$ l'un de l'autre. On note x la distance entre le composant 1 et celui que vous devez placer. Selon votre collègue de R&D, la chaleur reçue par votre composant est donnée par la fonction :

$$f(x) = \frac{2}{x} + \frac{1}{1-x}.$$



Vous avez des doutes sur la validité de ce modèle mais votre prof de physique n'est pas là pour vous aider. Vous allez devoir faire avec faute de mieux.



Exercice 3. (/5)

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = (36 - 2n)\sqrt{n}$.

1. Calculer les deux premiers termes de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

On pose f la fonction définie par $f(x) = (36 - 2x)\sqrt{x}$.

2. Donner les domaines de définitions et dérivation de f puis montrer que $f'(x) = \frac{18 - 3x}{\sqrt{x}}$.

3. Quelles sont les variations de f ?

4. En déduire les variations de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Est-elle majorée, minorée, bornée ?