

Évaluation

Évolutions - Fonctions

Sujet A

07/12/2021

Note et remarques : A : /5 ; C1 : /5 ; D1 : /5 ; E1 : /5 ; Total : /20

Instructions générales :

- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice est autorisée.

Exercice 1.

Compléter le tableau suivant :

Taux d'évolution	+45%	+36,3%	-72%	+111%	-58%
Coefficient multiplicateur	1,45	1,363	0,28	2,11	0,42

Exercice 2.

1. Une personne dépense 40% de son salaire en frais de logement (loyer, électricité, eau, internet, etc), soit 800€ par mois. Calculer le montant de son salaire.

En reprenant la formule du cours $p \frac{n_A}{n_E}$, on aurait ici $p = 45\%$ et $n_A = 800$ avec n_E à déterminer. On a donc

$$n_E = \frac{n_A}{p} = \frac{800}{0,40} = 2000.$$

La personne a donc un salaire de 2000€.

2. Sachant que le loyer représente 80% des frais de logements, déterminer la part du loyer dans le salaire de la personne, i.e. la proportion du loyer dans le salaire.

Le loyer représente 80% de 40%, on a donc la proportion du loyer dans le salaire égale à

$$p = 0,8 \times 0,4 = 0,32 = 32\%.$$

Exercice 3.

Vous dirigez un magasin de vélo électrique et décidez de solder un modèle vendu initialement à 1299€ à 1099€. Quel le pourcentage de réduction que vous devrez afficher sur l'étiquette? On arrondira au pourcent près.

On a ici $v_1 = 1299$ et $v_2 = 1099$. Le taux d'évolution est

$$t = \frac{v_2 - v_1}{v_1} = \frac{1099 - 1299}{1299} \simeq -0,15 = -15\%.$$

Il faudra donc afficher une réduction de 15%.

Exercice 4.

1. Une ville souhaite faire baisser ses émissions de gaz à effet de serre (GES) de 20% sur trois ans. La première année, les émissions baissent de 5% et la seconde de 7% par rapport à la première année. Calculer le pourcentage de baisse totale sur les deux ans. On arrondira à 0,01% près.

Les coefficients multiplicateurs associées à ces deux évolutions sont $k_1 = 1 + t_1 = 1 - 0,05 = 0,95$ et $k_2 = 1 + t_2 = 1 - 0,07 = 0,93$. Le coefficient multiplicateur global est

$$K = k_1 \times k_2 = 0,95 \times 0,93 = 0,8835.$$

Le taux d'évolution global est donc $T = K - 1 = 0,8835 - 1 = -0,1165 = -11,65\%$. Les émissions ont donc baissé de 11,65% sur deux ans.

2. Déterminer le pourcentage d'évolution que l'on doit avoir sur la troisième année pour avoir une diminution globale sur les trois ans de 20%. On arrondira à 0,01% près.

Le coefficient multiplicateur associé à une diminution de 20% est 0,8. On cherche donc k_3 tel que

$$k_1 \times k_2 \times k_3 = 0,8,$$

i.e.

$$k_3 = \frac{0,8}{0,95 \times 0,93} \simeq 0,9054.$$

On a donc $t_3 = k_3 - 1 = 0,9054 - 1 = -0,0946 = -9,46\%$. Il faut donc une diminution de 9,46% sur la troisième année pour avoir une diminution globale de 20%.

Exercice 5.

Soient f , g et h trois fonctions définies sur \mathbb{R} par

$$f(x) = 4x^2 - 16x - 20, \quad g(x) = 4(x - 2)^2 - 36, \quad h(x) = 4(x - 5)(x + 1).$$

1. Montrer que f , g et h sont trois expressions d'une seule et même fonction.

Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} g(x) &= 4(x - 2)^2 - 36 \\ &= 4(x^2 - 4x + 4) - 36 \\ &= 4x^2 - 16x + 16 - 36 \\ &= 4x^2 - 16x - 20 \\ &= f(x), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h(x) &= 4(x - 5)(x + 1) \\ &= 4(x^2 + x - 5x - 5) \\ &= 4(x^2 - 4x - 5) \\ &= 4x^2 - 16x - 20 \\ &= f(x). \end{aligned}$$

On a donc $f(x) = g(x) = h(x)$. Autrement dit, les trois fonctions sont égales.

2. En choisissant l'expression la plus adaptée de f , calculer l'image de 0.

$$f(0) = 4 \times 0^2 - 16 \times 0 - 20 = -20.$$

3. En choisissant l'expression la plus adaptée de f , calculer l'image de $\sqrt{3} + 2$.

$$\begin{aligned} f(\sqrt{3} + 2) &= g(\sqrt{3} + 2) \\ &= 4(\sqrt{3} + 2 - 2)^2 - 36 \\ &= 4(\sqrt{3})^2 - 36 \\ &= 12 \times 2 - 36 \\ &= -24. \end{aligned}$$

4. En choisissant l'expression la plus adaptée de f , déterminer les éventuels antécédents de 0.

On cherche x tel que $f(x) = 0$, ou encore $h(x) = 0$ donc

$$4(x - 5)(x + 1) = 0.$$

D'après la règle du produit nul, soit $x - 5 = 0$, i.e. $x = 5$; soit $x + 1 = 0$, i.e. $x = -1$.

0 a donc pour antécédents -1 et 5 .

5. En choisissant l'expression la plus adaptée de f , déterminer les éventuels antécédents de -20 .

On cherche x tel que $f(x) = -20$, i.e.

$$\begin{aligned} f(x) &= -20 \\ 4x^2 - 16x - 20 &= -20 \\ 4x^2 - 16x &= 0 \\ 4x(x - 4) &= 0. \end{aligned}$$

D'après la règle du produit nul, soit $4x = 0$, i.e. $x = 0$; soit $x - 4 = 0$, i.e. $x = 4$.

-20 a donc pour antécédents 0 et 4 .