

# Évaluation

## Évolutions - Fonctions

Sujet A

07/12/2021

Note et remarques : A : /5 ; C1 : /5 ; D1 : /5 ; E1 : /5 ; Total : /20

**Instructions générales :**

- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice est autorisée.

**Exercice 1.**

Compléter le tableau suivant :

|                            |      |      |      |       |       |
|----------------------------|------|------|------|-------|-------|
| Taux d'évolution           | -45% | -36% | +71% | +211% | 56,7% |
| Coefficient multiplicateur | 0,55 | 0,64 | 1,71 | 3,11  | 1,567 |

**Exercice 2.**

1. Une personne dépense 30% de son salaire en frais de logement (loyer, électricité, eau, internet, etc), soit 600€ par mois. Calculer le montant de son salaire.

En reprenant la formule du cours  $p \frac{n_A}{n_E}$ , on aurait ici  $p = 30\%$  et  $n_A = 600$  avec  $n_E$  à déterminer. On a donc

$$n_E = \frac{n_A}{p} = \frac{600}{0,30} = 2000.$$

La personne a donc un salaire de 2000€.

2. Sachant que le loyer représente 70% des frais de logements, déterminer la part du loyer dans le salaire de la personne, i.e. la proportion du loyer dans le salaire.

Le loyer représente 70% de 30%, on a donc la proportion du loyer dans le salaire égale à

$$p = 0,7 \times 0,3 = 0,21 = 21\%.$$

### Exercice 3.

Vous dirigez un magasin de vélo électrique et décidez de solder un modèle vendu initialement à 1599€ à 1299€. Quel le pourcentage de réduction que vous devrez afficher sur l'étiquette? On arrondira au pourcent près.

On a ici  $v_1 = 1599$  et  $v_2 = 1299$ . Le taux d'évolution est

$$t = \frac{v_2 - v_1}{v_1} = \frac{1299 - 1599}{1599} \simeq -0,19 = -19\%.$$

Il faudra donc afficher une réduction de 19%.

### Exercice 4.

1. Une ville souhaite faire baisser ses émissions de gaz à effet de serre (GES) de 25% sur trois ans. La première année, les émissions baissent de 7% et la seconde de 10% par rapport à la première année. Calculer le pourcentage de baisse totale sur les deux ans. On arrondira à 0,1% près.

Les coefficients multiplicateurs associées à ces deux évolutions sont  $k_1 = 1 + t_1 = 1 - 0,07 = 0,93$  et  $k_2 = 1 + t_2 = 1 - 0,1 = 0,9$ . Le coefficient multiplicateur global est

$$K = k_1 \times k_2 = 0,93 \times 0,9 = 0,837.$$

Le taux d'évolution global est donc  $T = K - 1 = 0,837 - 1 = -0,163 = -16,3\%$ . Les émissions ont donc baissé de 16,3% sur deux ans.

2. Déterminer le pourcentage d'évolution que l'on doit avoir sur la troisième année pour avoir une diminution globale sur les trois ans de 25%. On arrondira à 0,1% près.

Le coefficient multiplicateur associé à une diminution de 25% est 0,75. On cherche donc  $k_3$  tel que

$$k_1 \times k_2 \times k_3 = 0,75,$$

i.e.

$$k_3 = \frac{0,75}{0,93 \times 0,9} \simeq 0,896.$$

On a donc  $t_3 = k_3 - 1 = 0,896 - 1 = -0,104 = -10,4\%$ . Il faut donc une diminution de 10,4% sur la troisième année pour avoir une diminution globale de 25%.

**Exercice 5.**

Soient  $f$ ,  $g$  et  $h$  trois fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = 5x^2 + 30x + 25, \quad g(x) = 5(x + 3)^2 - 20, \quad h(x) = 5(x + 1)(x + 5).$$

1. Montrer que  $f$ ,  $g$  et  $h$  sont trois expressions d'une seule et même fonction.

Soit  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\begin{aligned} g(x) &= 5(x + 3)^2 - 20 \\ &= 5(x^2 + 6x + 9) - 20 \\ &= 5x^2 + 30x + 45 - 20 \\ &= 5x^2 + 30x + 25 \\ &= f(x), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h(x) &= 5(x + 1)(x + 5) \\ &= 5(x^2 + 5x + x + 5) \\ &= 5(x^2 + 6x + 5) \\ &= 5x^2 + 30x + 25 \\ &= f(x). \end{aligned}$$

On a donc  $f(x) = g(x) = h(x)$ . Autrement dit, les trois fonctions sont égales.

2. En choisissant l'expression la plus adaptée de  $f$ , calculer l'image de 0.

$$f(0) = 5 \times 0^2 + 30 \times 0 + 25 = 25.$$

3. En choisissant l'expression la plus adaptée de  $f$ , calculer l'image de  $\sqrt{2} - 3$ .

$$\begin{aligned} f(\sqrt{2} - 3) &= g(\sqrt{2} - 3) \\ &= 5(\sqrt{2} - 3 + 3)^2 - 20 \\ &= 5(\sqrt{2})^2 - 20 \\ &= 5 \times 2 - 20 \\ &= -10. \end{aligned}$$

4. En choisissant l'expression la plus adaptée de  $f$ , déterminer les éventuels antécédents de 0.

On cherche  $x$  tel que  $f(x) = 0$ , ou encore  $h(x) = 0$  donc

$$5(x + 1)(x + 7) = 0.$$

D'après la règle du produit nul, soit  $x + 1 = 0$ , i.e.  $x = -1$ ; soit  $x + 7 = 0$ , i.e.  $x = -7$ .

0 a donc pour antécédents  $-7$  et  $-1$ .

5. En choisissant l'expression la plus adaptée de  $f$ , déterminer les éventuels antécédents de 25.

On cherche  $x$  tel que  $f(x) = 25$ , i.e.

$$\begin{aligned} f(x) &= 25 \\ 5x^2 + 30x + 25 &= 25 \\ 5x^2 + 30x &= 0 \\ 5x(x + 6) &= 0. \end{aligned}$$

D'après la règle du produit nul, soit  $5x = 0$ , i.e.  $x = 0$ ; soit  $x + 6 = 0$ , i.e.  $x = -6$ .

25 a donc pour antécédents  $-6$  et  $0$ .