

Évaluation

Produit scalaire - Dérivation

Sujet A

11/02/2022

Note et remarques : /15

Instructions générales :

- La rédaction est attendue claire et complète et prise en compte dans la l'évaluation.
- Des pénalités pourront être appliquées en cas de manque de soin.
- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice est autorisée.

Exercice 1. (/3)

Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs du plan tels que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 4$ et $(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{5\pi}{6}$. Déterminer $\|\vec{u} + \vec{v}\|$.

Exercice 2. (/2)

Soient \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} trois vecteurs du plan tels que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$, $\vec{u} \cdot \vec{w} = -3$, $\vec{w} \cdot \vec{v} = 0$, $\|\vec{u}\| = 1$, $\|\vec{v}\| = 2$ et $\|\vec{w}\| = 3$. Calculer $(2\vec{u} + 5\vec{v} + \vec{w}) \cdot (\vec{v} + 6\vec{w})$.

Exercice 3. (/2)

Existe-t-il m pour que $\vec{u} \begin{pmatrix} m+1 \\ 2m \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} m-1 \\ 1-2m \end{pmatrix}$ soient orthogonaux? Si oui, déterminer la ou les valeurs possibles de m .

Exercice 4. (/4)

Soient $A(-1; -1)$, $B(1; -1)$ et $C\left(-\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{3}-2}{2}\right)$ trois points du plan. Déterminer les mesures possibles de l'angle $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$.

Exercice 5. (/4)

Le professeur Rogue souhaite préparer un philtre de vérité afin de faire avouer aux jumeaux Weasley qu'ils l'avaient délibérément visé avec leurs feux d'artifices lors d'un exercice du chapitre sur les polynômes du second degré. Lors de la préparation du philtre, il doit ajouter deux ingrédients cruciaux : une écaille de dragon lorsque la température de la potion est à son maximum et de la mandragore lorsque la température de la potion est à son minimum. La température du philtre pendant sa préparation est donnée par la fonction

$$f(t) = \frac{1}{18}(t^3 - 13t^2 + 30t + 1440),$$

où $t \in [0; 15]$ est le temps en heure écoulé depuis le début de la préparation.

Déterminer à quels moments Rogue doit ajouter les deux ingrédients.