

## Évaluation

Suites usuelles

Sujet A

18/03/2021

Note et remarques : /15

**Instructions générales :**

- La rédaction est attendue claire et complète et prise en compte dans la l'évaluation.
- Des pénalités pourront être appliquées en cas de manque de soin.
- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice est autorisée.

**Exercice 1.** ( /5)

Un panneau solaire de  $1\text{m}^2$  correctement orienté produit en France environ  $95\text{kW} \cdot \text{h}/\text{an}$  sa première année d'utilisation. On estime ensuite que chaque année, la quantité d'énergie qu'il convertit diminue de 3% par rapport à l'année précédente. On considère l'installation comme rentable financièrement si la quantité totale d'énergie produite par le panneau au cours de son service est supérieure à  $2000\text{kW} \cdot \text{h}$ . On note  $e_n$  la quantité d'énergie produite par le panneau sa  $n$ -ième année de vie.

1. Exprimer  $e_{n+1}$  en fonction de  $e_n$ . Quelle est la nature de la suite  $(e_n)$ ? Justifier. Préciser sa raison et son terme général.

2. Calculer la quantité d'énergie que le panneau solaire produira la vingtième année. On arrondira à l'unité.

3. On note  $E_n$  la quantité totale d'énergie que le panneau aura produit de son installation à la fin de sa année  $n$ -ième année de service. Exprimer  $E_n$  en fonction de  $n$ .

- 
4. En supposant que le panneau solaire ait une durée de vie infinie, atteint-il le seuil de rentabilité financière ?  
*Indication* : on pourra calculer l'énergie totale  $E$  produite par le panneau s'il a une vie infinie.

5. Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il détermine la première année où le panneau est rentable.

---

**Algorithme 1** : Recherche de seuil

---

```
1 Début
2 | .....
3 | .....
4 | .....
5 Tant que .....
6 Faire
7 | .....
8 | .....
9 | .....
Sorties : .....
10 Fin
```

---

**Exercice 2.** ( /6)

Suite à l'incident de l'explosion du labo nord à cause d'un composant électronique mal placé dans une évaluation précédente, la Multinationale a décidé de vous muter dans son département de biologie ; votre  $n + 1$  voulait vous licencier mais son  $n + 1$  l'a licencié d'abord tant et si bien que plus personne ne sait qui vous êtes ni ce que vous avez fait.

Le département de biologie prévoit la fabrication du iBiotic, un médicament de type probiotique. Pour cela, il doit produire une certaine bactérie qui servira de base au médicament. Une fois mises en culture, la quantité de bactéries croît de 20% par jour. Toutefois, une opération journalière de maintenance sur la cuve de culture engendre une perte de 100g de bactéries. Le département se fixe un objectif de 30kg de production et souhaite savoir combien de jours cela prendra. On met initialement 1kg de bactéries en culture. On note  $b_n$  la quantité de bactéries au jour  $n$  après l'opération de maintenance ; on a  $b_0 = 1000$ .

1. Exprimer  $b_{n+1}$  en fonction de  $b_n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

2. On définit  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  par  $v_n = b_n - 500$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ . Montrer que  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est géométrique de raison 1,2.

3. En déduire l'expression de  $(v_n)$  puis de  $(b_n)$  pour tout  $n$ .

4. Montrer que  $(b_n)$  est croissante.

5. Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il détermine le premier jour où la quantité de bactéries produites est supérieure à 30kg.

**Algorithme 2** : Recherche de seuil

```

1 Début
2   | .....
3   | .....
4   | Tant que .....
5   | Faire
6   |   | .....
7   |   | .....
8   | Sorties : .....
9 Fin
    
```

---

**Exercice 3.** (            /4)

L'accélération de pesanteur vaut sur Terre environ  $9,8\text{m.s}^{-2}$ . Elle signifie qu'un corps en chute libre parcourt à chaque seconde  $9,8\text{m}$  de plus qu'à la seconde précédente. Pour les besoins de cet exercice, vous allez devoir vous placer en situation de chute libre (vous négligerez habilement les frottements de l'air) ; vous allez donc sauter en parachute ! Lors de la première seconde, vous avez approximativement parcouru  $5\text{m}$ . On note  $d_n$  la distance parcourue en chute libre lors de la  $n$ -ième seconde.

1. Déterminer  $d_1$  et  $d_2$ .

2. Exprimer  $d_{n+1}$  en fonction de  $d_n$ . Quelle est la nature de la suite  $(d_n)$  ? Préciser sa raison et son terme général.

3. Calculer la distance parcourue lors de la cinquième seconde.

4. Sachant que vous souhaitez être en chute libre pendant trente secondes, à quelle altitude minimale votre avion devra-t-il voler lorsque vous en sauterez ?