Nom : Prénom : Groupe : 1re NSI

Évaluation

Systèmes de numération - Algèbre de Boole

16/03/2022

Note et remarques : /10

Exercice 1. (/1) Donner la définition booléenne de l'opérateur XOR.

$$A \oplus B = ((\neg A) \wedge B) \vee (A \wedge (\neg B)).$$

Exercice 2. (/2) Compléter la table de vérité de la fonction booléenne

$$f(A;B;C) = f(A;B;C) = (\neg A \wedge B) \vee (B \wedge C) \vee (A \wedge (\neg C)).$$

A	B	C	$\neg A$	$\neg C$	$\neg A \wedge B$	$B \wedge C$	$A \wedge (\neg C)$	$f(A;B;C)$
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	0	1

Exercice 3. (/2) Déterminer l'expression de la fonction booléenne f ayant la table de vérité ci-dessous. On réduira l'expression au maximum.

A	B	C	$f(A;B;C)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

On additionne (OU) les produits (ET) dont le résultat est 1 :

$$(\neg A) \wedge B \wedge (\neg C) \quad \text{et} \quad A \wedge B \wedge (\neg C).$$

On a donc

$$\begin{aligned} f(A;B) &= [(\neg A) \wedge B \wedge (\neg C)] \vee [A \wedge B \wedge (\neg C)] \\ &= [\neg A \vee A] \wedge B \wedge (\neg C) \quad (\text{factorisation par } B \wedge (\neg C)) \\ &= 1 \wedge B \wedge (\neg C) \quad (\text{car } \neg A \vee A = 1) \\ &= B \wedge (\neg C). \end{aligned}$$

Exercice 4. (/2)

1. Convertir 110100111_2 en nombre hexadécimal.

On regroupe les chiffres par paquets de quatre en partant de la droite.

$$1\ \underbrace{1010}_{=10=A}\ \underbrace{0111}_{=7} = 1A7_H.$$

2. Convertir $3E5B_H$ en nombre binaire.

On convertit directement chacun des chiffres en son nombre binaire correspondant.

$$3E5B_H = \underbrace{0011}_{=3}\underbrace{1110}_{=E}\underbrace{0101}_{=5}\underbrace{1011}_{=B} = 0011111001011011_2.$$

Exercice 5. (/3)

1. Convertir $11010,101_2$ en nombre décimal.

$$11010,101_2 = 16+8+2+\frac{1}{2}+\frac{1}{8} = 26,625.$$

2. Convertir $89,375$ en nombre binaire.

On traite séparément la partie entière et la partie fractionnaire. Commençons par la partie entière.

Division euclidienne	$89 = 44 \times 2 + 1$	$44 = 22 \times 2$	$22 = 11 \times 2$	$11 = 5 \times 2 + 1$
Quotient	44	22	11	5
Reste	1	0	0	1

Division euclidienne	$5 = 2 \times 2 + 1$	$2 = 1 \times 2 + 0$	$1 = 0 \times 2 + 1$
Quotient	2	1	0
Reste	1	0	1

On récupère les restes dans l'ordre inverse de leurs obtentions afin d'obtenir la partie entière : $89_{10} = 1011001_2$. Reste à trouver la partie fractionnaire.

Produit par 2	Partie entière	Partie fractionnaire
$0,375 \times 2 = 0,750$	0	0,750
$0,750 \times 2 = 1,5$	1	0,5
$0,5 \times 2 = 1,0$	1	0

On récupère cette fois-ci les parties entières des produits par deux des parties fractionnaires dans l'ordre d'obtention. Donc $0,375_{10} = 0,011_2$. Ainsi,

$$89,375_{10} = 1011001,011_2.$$