Nom : **Prénom :** **Groupe : 2$^{\text{de}}$ 7**

Évaluation

Probabilités

Sujet A 22/03/2022

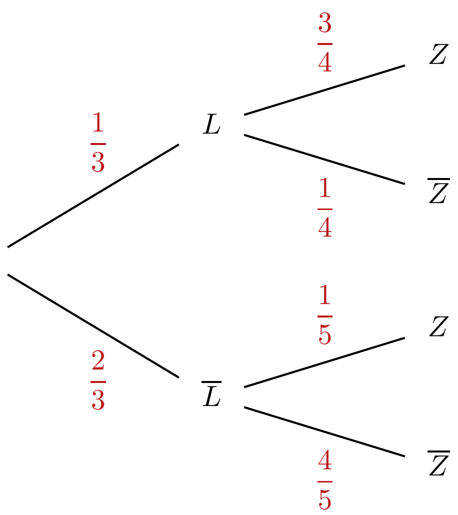
Compétences : A : /4 ; B : /2 ; C : /4 ; D : /4 ; E1 : /4 ; Total : /18

Exercice 1.

Lors d'une conversation au sein de l'équipage, il y a une chance sur trois que Nami finisse par frapper Luffy. Si c'est le cas, il y alors trois chances sur quatre qu'elle frappe Zoro ensuite alors que c'est une sur cinq si elle n'a pas frappé Luffy avant. On laissera les probabilités sous forme de fractions.

On note :

- L l'événement « Nami frappe Luffy » ;
- Z l'événement « Nami frappe Zoro ».



1. À l'aide des données de l'énoncé, compléter l'arbre ci-dessus.

2. Calculer la probabilité que Nami frappe Luffy mais pas Zoro.

Nami frappe Luffy mais pas Zoro est l'événement $L \cap \overline{Z}$, on a

$$\mathbb{P}(L \cap \overline{Z}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}.$$

Il y a une chance sur douze que Nami frappe Luffy mais pas Zoro.

3. Calculer la probabilité que Zoro ne se fasse pas frapper par Nami.

On a

$$\mathbb{P}(\overline{Z}) = \mathbb{P}(L \cap \overline{Z}) + \mathbb{P}(\overline{L} \cap \overline{Z}) = \frac{1}{12} + \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{12} + \frac{8}{15} = \frac{37}{60}.$$

Il y a 37 chances sur 60 que Zoro ne se fasse pas frapper par Nami.

Exercice 2. On lance un dé à six faces truqué dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,1	0,1	0,2	0,15	0,25	0,2

On note N le nombre obtenu en lançant le dé.

1. Compléter le tableau ci-dessus.

2. Quelle est la probabilité d'obtenir un 3 ou plus à un lancer de dé ?

La probabilité d'avoir 3 ou moins est

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(N \geq 3) &= \mathbb{P}(N=1)+\mathbb{P}(N=2)+\mathbb{P}(N=3)\\ &= 0,1+0,1+0,2\\ &= 0,4.\end{aligned}$$

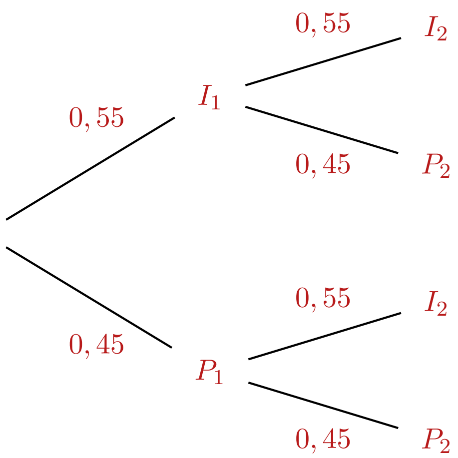
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

La probabilité d'avoir un nombre impair, en notant N le nombre obtenu en lançant le dé,

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(N \in \{1,3,5\}) &= \mathbb{P}(N=1)+\mathbb{P}(N=3)+\mathbb{P}(N=5)\\ &= 0,1+0,2+0,25\\ &= 0,55.\end{aligned}$$

4. On relance maintenant une seconde fois ce même dé. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un nombre impair sur les deux lancés ? *Indication :* on pourra faire un arbre.

On note I l'événement le résultat est impair et P le résultat est pair. Les deux lancés de dés se modélisent par l'arbre ci-dessous.



L'événement faire au moins un impair est le contraire de faire deux pairs. Calculons la probabilité de faire deux pairs : $\mathbb{P}(P_1 \cap P_2)$.

$$\mathbb{P}(P_1 \cap P_2) = 0,45 \times 0,45 = 0,2025.$$

La probabilité de faire au moins un nombre impair sur les deux lancés est donc

$$\mathbb{P}(\overline{P_1 \cap P_2}) = 1 - \mathbb{P}(P_1 \cap P_2) = 1 - 0,2025 = 0,7975.$$

Exercice 3. On s'intéresse ici aux types des pokémons, notamment aux types vol et feu. On note F l'événement « le pokémon est de type feu » et V l'événement « le pokémon est de type vol ». On obtient les données suivantes : $\mathbb{P}(F) = \dfrac{10}{150}$, $\mathbb{P}(V) = \dfrac{18}{150}$ et $\mathbb{P}(F \cap V) = \dfrac{2}{150}$. On laissera tous les résultats sous forme de fractions.

1. Exprimer en français les événements $\overline{F}$ et $V \cap F$.

$\overline{F}$: le pokémon n'est pas de type feu.
$V \cap F$: le pokémon est de type feu et vol.

2. Exprimer à l'aide de V et F l'événement « le pokémon est de type vol ou feu » et « le pokémon n'est ni de type vol ni de type feu ».

« Le pokémon est de type vol ou feu » : $V \cup F$.
« Le pokémon n'est ni de type vol ni de type feu » : $\overline{V} \cap \overline{F}$.

3. Calculer la probabilité que le pokémon ne soit pas de type feu puis qu'il ne soit pas de type vol.

La probabilité qu'il ne soit pas de type feu $\mathbb{P}(\overline{F}) = 1 - \mathbb{P}(F) = \dfrac{140}{150}$.
La probabilité qu'il ne soit pas de type vol est $\mathbb{P}(\overline{V}) = 1 - \mathbb{P}(V) = \dfrac{132}{150}$.

4. Calculer la probabilité que le pokémon soit de type vol ou feu.

$$\mathbb{P}(V \cup F) = \mathbb{P}(V) + \mathbb{P}(F) - \mathbb{P}(V \cap F) = \frac{18}{150} + \frac{10}{150} - \frac{2}{150} = \frac{26}{150}.$$

5. En déduire $\mathbb{P}(\overline{V \cup F})$.

$$\mathbb{P}(\overline{V \cup F}) = 1 - \mathbb{P}(V \cup F) = 1 - \frac{26}{150} = \frac{124}{150}.$$

6. Calculer la probabilité que le pokémon ne soit pas de type feu ou ne soit pas de type vol. *Indication :* on pourra commencer par écrire cet événement à l'aide de V et F puis utiliser le fait que $\overline{V} \cap \overline{F} = \overline{V \cup F}$.

L'événement « le pokémon ne soit pas de type feu ou ne soit pas de type vol » est $\overline{V} \cup \overline{F}$. On a

$$\mathbb{P}(\overline{V} \cup \overline{F}) = \mathbb{P}(\overline{V}) + \mathbb{P}(\overline{F}) - \mathbb{P}(\overline{V} \cap \overline{F}).$$

D'après l'indication, on a $\mathbb{P}(\overline{V} \cap \overline{F}) = \mathbb{P}(\overline{V \cup F}) = \dfrac{124}{150}$. Donc

$$\mathbb{P}(\overline{V} \cup \overline{F}) = \frac{132}{150} + \frac{140}{150} - \frac{124}{150} = \frac{148}{150}.$$

La probabilité que le pokémon ne soit pas de type feu ou ne soit pas de type vol est de $\dfrac{148}{150}$.

Exercice 4. Soient $A(-2\,;4)$, $B(3\,;0)$, $M(0\,;-3)$ et $N(x\,;-6)$. Déterminer la valeur de x telle que (AB) et (MN) soient parallèles.

(AB) et (MN) sont parallèles
si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires,
si et seulement si leur déterminant est nul.

On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} x \\ -3 \end{pmatrix}$. Le déterminant est nul si et seulement si

$$\begin{aligned} x_1y_2 - x_2y_1 &= 0 \\ 5 \times (-3) - x \times (-4) &= 0 \\ -15 + 4x &= 0 \\ 4x &= 15 \\ x &= \frac{15}{4}. \end{aligned}$$

Exercice 5. Soient A, B et C trois points du plan tels que : $\overrightarrow{AC} = 3\left(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CB}\right)$. Montrer que les points A, B et C sont alignés.

A, B et C sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. On a

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} &= 3\left(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CB}\right) \\ &= 3\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{CB} \\ &= 3\overrightarrow{AB} + 6\left(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}\right) \quad \text{relation de Chasles} \\ &= 3\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AC} + 6\overrightarrow{AB} \\ &= 9\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

On en déduit que $7\overrightarrow{AC} = 9\overrightarrow{AB}$ i.e. $\overrightarrow{AC} = \frac{9}{7}\overrightarrow{AB}$. Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et A, B et C alignés.