

Évaluation

Variables aléatoires

Sujet A

08/04/2022

Note et remarques : /15

Instructions générales :

- La rédaction est attendue claire et complète et prise en compte dans l'évaluation.
- Des pénalités pourront être appliquées en cas de manque de soin.
- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice est autorisée.

Exercice 1. (/5)

On considère la variable aléatoire X de loi de probabilité ci-dessous.

x_i	-2	0	2
$\mathbb{P}(X = x_i)$		0,25	0,35

1. Compléter le tableau donnant la loi de probabilité de X .
2. Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il simule la variable aléatoire X .

Algorithme 1 : Simulation de variable aléatoire

```

1 .....
2 Si ..... Alors
3 | .....
4 Si ..... Alors
5 | .....
6 Sinon
7 | .....
```

3. Calculer $\mathbb{E}(X)$.

4. On pose $Y = X^2$. Donner les valeurs que peut prendre la variable aléatoire Y , sa loi de probabilité puis calculer $\mathbb{E}(Y)$.

5. En déduire la variance et l'écart-type de X . On arrondira au centième.

Exercice 2. (/10)

Suite à un plan de délocalisation, la Multinationale a décidé de vous licencier. Un dirigeant de casino interprété par un certain Robert a eu vent de vos talents mathématiques et à décidé de vous faire créer un nouveau jeu pour son casino. Faute de mieux, vous acceptez ce travail. Le joueur pourrait perdre 10 ou 50€, gagner 100€ ou ne réaliser ni gain ni perte.

1. Vous proposez à Robert de fixer à p la probabilité de perdre 10€, p^2 celle de perdre 50€ et p^3 celle de gagner 100€. Mais Robert à l'air septique, prouvez-lui que $0 \leq p^3 \leq p^2 \leq p < 1$.

2. On note G la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur. Compléter le tableau donnant la loi de probabilité de G ci-dessous.

g_i	-50	-10	0	100
$\mathbb{P}(G = g_i)$				

3. Robert ne se montre pas très intéressé par vos histoires de variables aléatoires. Il souhaite juste que l'espérance de gain du joueur soit négative (pour que la sienne soit positive). Exprimer en fonction de p l'espérance de gain du joueur.

4. Déterminer pour quelles valeurs de p l'espérance de gain est négative. *Indication* : penser à faire une factorisation.

5. Robert en veut plus ! Afin de maximiser ses bénéfices, déterminer la valeur de p pour laquelle l'espérance de gain est minimale.