

## Évaluation

## Équations de droites

Sujet A

19/04/2022

Compétences : A : /4; B : /2; C : /4; D : /4; E : /4; Total : /18

## Instructions générales :

- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice n'est pas autorisée.

## Exercice 1.

1. Donner un exemple d'équation cartésienne de droite.

Par exemple

$$x + y - 1 = 0.$$

2. Donner un vecteur directeur de cette droite.

Par exemple  $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

3. Donner un exemple de point appartenant à cette droite puis un exemple de point n'y appartenant pas. Justifier.

 $A(1;0) \in \mathcal{D}$  puisque

$$1 \times 1 + 1 \times 0 - 1 = 0.$$

 $B(1;1) \notin \mathcal{D}$  puisque

$$1 \times 1 + 1 \times 1 - 1 = 1 \neq 0.$$

4. Donner l'équation réduite de cette droite.

L'équation réduite de cette droite est

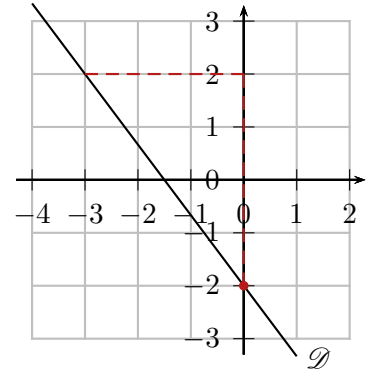
$$y = -x + 1.$$

## Exercice 2.

1. Donner l'équation réduite de la droite  $\mathcal{D}$  ci-contre par lecture graphique.

Par lecture graphique, l'ordonnée à l'origine est  $-2$  et le coefficient directeur est  $-\frac{4}{3}$ , l'équation réduite est donc

$$y = -\frac{4}{3}x - 2.$$



2. Le point  $M(9; 14)$  appartient-il à  $\mathcal{D}$ ? Justifier.

$M$  appartient à  $\mathcal{D}$  si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de  $\mathcal{D}$ . On a

$$-\frac{4}{3} \times 9 - 2 = -14 \neq 14,$$

donc  $M \notin \mathcal{D}$ .

3. Soient  $A(4; -3)$  et  $B(10; 6)$ . Déterminer l'équation réduite de  $(AB)$ .

On commence par calculer le coefficient directeur  $m$  de  $(AB)$  :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6 - (-3)}{10 - 4} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}.$$

Cherchons maintenant l'ordonnée à l'origine  $p$ . Les coordonnées de  $A$  doivent vérifier l'équation de la droite donc

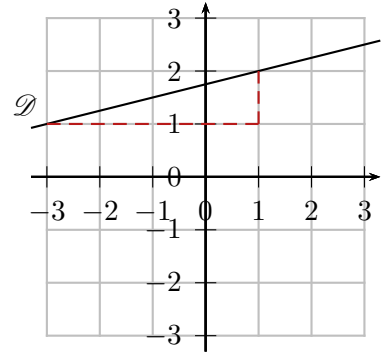
$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \times 4 + p &= -3 \\ 6 + p &= -3 \\ p &= -9. \end{aligned}$$

$(AB)$  a donc pour équation  $y = \frac{3}{2}x - 9$ .

**Exercice 3.**

1. Donner deux vecteurs directeurs de sens opposés de la droite  $\mathcal{D}$  ci-contre.

Par lecture graphique,  $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$  sont vecteurs directeurs de  $\mathcal{D}$  et de sens opposés car  $\vec{v} = -\vec{u}$ .



2. Déterminer une équation cartésienne de la droite  $\mathcal{D}$ .

$\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$  est vecteur directeur de  $\mathcal{D}$  donc celle-ci a pour équation cartésienne

$$x - 4y + c = 0$$

avec  $c \in \mathbb{R}$  à déterminer.

Pour déterminer  $c$ , on utilise un point appartenant à la droite. On a par lecture graphique  $P(1; 2) \in \mathcal{D}$  donc

$$1 - 4 \times 2 + c = 0 \iff -7 + c = 0 \iff c = 7.$$

$\mathcal{D}$  a pour équation cartésienne

$$x - 4y + 7 = 0.$$

3. Le point  $M \left( 7; \frac{1}{2} \right)$  appartient-il à  $\mathcal{D}$ ? Justifier.

$M$  appartient à  $\mathcal{D}$  si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de  $\mathcal{D}$ . On a

$$7 - 4 \times \frac{1}{2} + 7 = 12 \neq 0$$

donc  $M \notin \mathcal{D}$ .

**Exercice 4.** Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x^2$  et  $g(x) = 6x^3$ . Étudier les positions relatives des courbes de  $f$  et  $g$  :  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$ .

Pour étudier les positions relative de  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$ , on va étudier le signe de  $f - g$ . Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$f(x) - g(x) = 3x^2 - 6x^3 = 3x^2(1 - 2x).$$

$3x^2$  est positif pour tout  $x \in \mathbb{R}$  et  $1 - 2x \geq 0$  si et seulement si  $x \leq \frac{1}{2}$ .

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$3x^2$	+	+	+
$1 - 2x$	+	0	-
$f - g$	+	0	-

$f - g$  est positive sur  $\left] -\infty ; \frac{1}{2} \right]$  donc  $\mathcal{C}_f$  est au dessus de  $\mathcal{C}_g$  sur cet intervalle ;  $\mathcal{C}_f$  est en dessous de  $\mathcal{C}_g$  sur  $\left[ \frac{1}{2} ; +\infty \right[$ .