

Évaluation

Équations de droites

Sujet B

19/04/2022

Compétences : A : /4; B : /2; C : /4; D : /4; E : /4; Total : /18

Instructions générales :

- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1.

1. Donner un exemple d'équation cartésienne de droite.

Par exemple

$$x + y - 1 = 0.$$

2. Donner un vecteur directeur de cette droite.

Par exemple $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. Donner un exemple de point appartenant à cette droite puis un exemple de point n'y appartenant pas. Justifier.

 $A(1;0) \in \mathcal{D}$ puisque

$$1 \times 1 + 1 \times 0 - 1 = 0.$$

 $B(1;1) \notin \mathcal{D}$ puisque

$$1 \times 1 + 1 \times 1 - 1 = 1 \neq 0.$$

4. Donner l'équation réduite de cette droite.

L'équation réduite de cette droite est

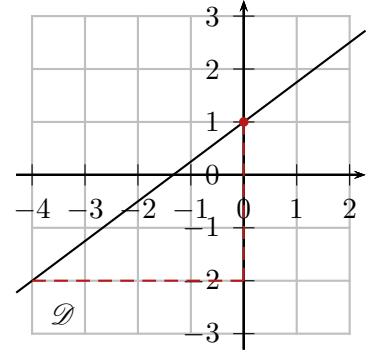
$$y = -x + 1.$$

Exercice 2.

1. Donner l'équation réduite de la droite \mathcal{D} ci-contre par lecture graphique.

Par lecture graphique, l'ordonnée à l'origine est 1 et le coefficient directeur est $\frac{3}{4}$, l'équation réduite est donc

$$y = \frac{3}{4}x + 1.$$



2. Le point $M(12; 10)$ appartient-il à \mathcal{D} ? Justifier.

M appartient à \mathcal{D} si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de \mathcal{D} . On a

$$\frac{3}{4} \times 12 + 1 = 10,$$

donc $M \in \mathcal{D}$.

3. Soient $A(10; -1)$ et $B(-4; 7)$. Déterminer l'équation réduite de (AB) .

On commence par calculer le coefficient directeur m de (AB) :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{7 - (-1)}{-4 - 10} = -\frac{8}{14} = -\frac{4}{7}.$$

Cherchons maintenant l'ordonnée à l'origine p . Les coordonnées de A doivent vérifier l'équation de la droite donc

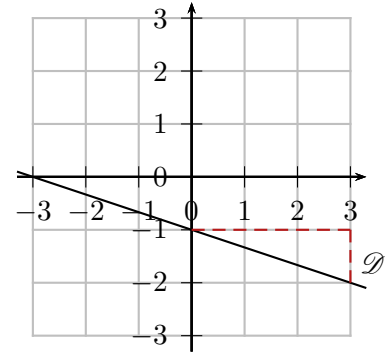
$$\begin{aligned} -\frac{4}{7} \times 10 + p &= -1 \\ -\frac{40}{7} + p &= -1 \\ p &= -1 + \frac{40}{7} \\ p &= \frac{33}{7}. \end{aligned}$$

(AB) a donc pour équation $y = -\frac{4}{7}x + \frac{33}{7}$.

Exercice 3.

1. Donner deux vecteurs directeurs de sens opposés de la droite \mathcal{D} ci-contre.

Par lecture graphique, $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ sont vecteurs directeurs de \mathcal{D} et de sens opposés car $\vec{v} = -\vec{u}$.



2. Déterminer une équation cartésienne de la droite \mathcal{D} .

$\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ est vecteur directeur de \mathcal{D} donc celle-ci a pour équation cartésienne

$$-x - 3y + c = 0$$

avec $c \in \mathbb{R}$ à déterminer.

Pour déterminer c , on utilise un point appartenant à la droite. On a par lecture graphique $P(0; -1) \in \mathcal{D}$ donc

$$-1 \times 0 - 3 \times (-1) + c = 0 \iff 3 + c = 0 \iff c = -3.$$

\mathcal{D} a pour équation cartésienne

$$-x - 3y - 3 = 0.$$

3. Le point $M \left(5; -\frac{1}{3} \right)$ appartient-il à \mathcal{D} ? Justifier.

M appartient à \mathcal{D} si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de \mathcal{D} . On a

$$-5 - 3 \times \left(-\frac{1}{3} \right) - 3 = -7 \neq 0$$

donc $M \notin \mathcal{D}$.

Exercice 4. Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} par $f(x) = -4x^2$ et $g(x) = 8x^3$. Étudier les positions relatives des courbes de f et g : \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

Pour étudier les positions relative de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g , on va étudier le signe de $f - g$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) - g(x) = -4x^2 - 8x^3 = -4x^2(1 + 2x).$$

$-4x^2$ est négatif pour tout $x \in \mathbb{R}$ et $1 + 2x \geq 0$ si et seulement si $x \geq -\frac{1}{2}$.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$-4x^2$	-	-	-
$1 + 2x$	-	0	+
$f - g$	+	0	-

$f - g$ est positive sur $\left] -\infty ; -\frac{1}{2} \right]$ donc \mathcal{C}_f est au dessus de \mathcal{C}_g sur cet intervalle ; \mathcal{C}_f est en dessous de \mathcal{C}_g sur $\left[-\frac{1}{2} ; +\infty \right[$.