Évaluation

Ensembles et Intervalles

Sujet A 22/09/2022

Note et remarques : / 10

Instructions générales :

- *Les exercices sont indépendants les uns des autres.*
- *La calculatrice est autorisée.*

Exercice 1. (/1 POINT)

1. Donner un exemple de nombre appartenant à $\mathbb{D}$ mais pas à $\mathbb{Z}$: $0,5$

2. Donner un exemple de nombre appartenant à $\mathbb{R}$ mais pas à $\mathbb{Q}$: π

Exercice 2. (/1 POINT) Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des symboles $\in$ et $\notin$.

	$]-\infty\,;-1[$	$]-4\,;5]$	$[-1\,;1]$	$\left]-\frac{5}{4}\,;+\infty\right[$
5	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\in$
$-\frac{5}{4}$	$\in$	in	$\notin$	$\notin$

Exercice 3. (/2 POINTS) Compléter les phrases suivantes en donnant l'inégalité associée à l'intervalle ou l'intervalle associé à l'inégalité.

1. $x \in]-2\,;4]$ si et seulement si $-2 < x \geq 4$

2. $x \in]-\infty\,;1[$ si et seulement si $x < 1$

3. $-3 \leq x \leq \frac{2}{3}$ si et seulement si $x \in \left[-3\,;\frac{2}{3}\right]$

4. $x \geq \frac{1}{5}$ si et seulement si $x \in \left[\frac{1}{5}\,;+\infty\right[$

Exercice 4. (/2 POINTS) Déterminer les unions et intersections suivantes. On pourra faire les dessins mais ils ne constituent pas une réponse.

1. $[-3\,;2] \cap]-2\,;1] =]-2\,;1]$

2. $[-3\,;2] \cup]-2\,;1] = [-3\,;2]$

3. $]-\infty\,;0] \cap [0\,;+\infty[= \{0\}$

4. $]-\infty\,;0] \cup [0\,;+\infty[=]-\infty\,;+\infty[= \mathbb{R}$

Exercice 5. (/2 POINTS) Soit $n \in \mathbb{N}$. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier.

1. $n - 5 \in \mathbb{N}$.

Faux, contre-exemple : $n = 0$ donne $n - 5 = -5 \notin \mathbb{N}$.

2. $\dfrac{n}{2} \in \mathbb{Z}$.

Faux, , contre-exemple : $n = 1$ donne $\dfrac{n}{2} = \dfrac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$.

3. $n \in \mathbb{Q}$.

Vrai car $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$.

4. $n \times \pi \in \mathbb{D}$.

Faux, contre-exemple : $n = 1$ donne $n \times \pi = \pi \notin \mathbb{Q}$; comme $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$, on en déduit que $\pi \notin \mathbb{D}$.

Exercice 6. (/2 POINTS)

1. Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ vérifiant l'inégalité $|x + 3| \leq 5$.

Il s'agit des réels qui sont à une distance inférieure ou égale à 5 de -3, c'est donc l'intervalle

$$[-3 - 5\,; -3 + 5] = [-8\,; 2]\,.$$

2. Traduire l'intervalle $]-1\,; 9[$ sous la forme d'une inégalité de la forme $|x - m| < r$ pour $x \in\,]-1\,; 9[$ avec m et r à déterminer.

On commence par déterminer le milieu de l'intervalle : $m = \dfrac{-1 + 9}{2} = 4$. On calcule ensuite la distance entre le milieu et l'une des bornes de l'intervalle : $r = 9 - 4 = 5$. L'inégalité associée $|x - 4| < 5$.