NOM : Prénom : Groupe : 2^{de} 10

Évaluation

Ensembles et Intervalles

Sujet B 22/09/2022

Note et remarques : / 10

Instructions générales :

- *Les exercices sont indépendants les uns des autres.*
- *La calculatrice est autorisée.*

Exercice 1. (/1 POINT)

1. Donner un exemple de nombre appartenant à $\mathbb{Z}$ mais pas à $\mathbb{N}$: -1

2. Donner un exemple de nombre appartenant à $\mathbb{Q}$ mais pas à $\mathbb{D}$: $\frac{1}{3}$

Exercice 2. (/1 POINT) Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des symboles $\in$ et $\notin$.

	$[-1\,;+\infty[$	$[4\,;5[$	$[-10\,;10]$	$]-\pi\,;\pi[$
5	$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$
$-\frac{1}{4}$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$

Exercice 3. (/2 POINTS) Compléter les phrases suivantes en donnant l'inégalité associée à l'intervalle ou l'intervalle associé à l'inégalité.

1. $x \in [-6\,;-3[$ si et seulement si $-6 \leq x < -3$

2. $x \in [10\,;+\infty[$ si et seulement si $x \geq 10$

3. $\frac{1}{4} < x < 12$ si et seulement si $x \in \left]\frac{1}{4}\,;12\right[$

4. $x < -\frac{1}{2}$ si et seulement si $x \in \left]-\infty\,;-\frac{1}{2}\right[$

Exercice 4. (/2 POINTS) Déterminer les unions et intersections suivantes. On pourra faire les dessins mais ils ne constituent pas une réponse.

1. $[-5\,;-1] \cap]-3\,;1] =]-3\,;-1]$

2. $[-5\,;-1] \cup]-3\,;1] = [-5\,;1]$

3. $[-1\,;0] \cap]-3\,;-1[= \emptyset$

4. $[-1\,;0] \cup]-3\,;-1[=]-3\,;0]$

Exercice 5. (/2 POINTS) Soit $n \in \mathbb{N}$. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier.

1. $2n - 10 \in \mathbb{N}$.

Faux, contre-exemple : $n = 0$ donne $2n - 10 = -10 \notin \mathbb{N}$.

2. $\frac{n}{3} \in \mathbb{D}$.

Faux, , contre-exemple : $n = 1$ donne $\frac{n}{3} = \frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$.

3. $n \in \mathbb{Z}$.

Vrai car $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

4. $\sqrt{n} \in \mathbb{D}$.

Faux, contre-exemple : $n = 2$ donne $\sqrt{n} = \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$; comme $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$, on en déduit que $\sqrt{2} \notin \mathbb{D}$.

Exercice 6. (/2 POINTS)

1. Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ vérifiant l'inégalité $|x + 2| \leq 7$.

Il s'agit des réels qui sont à une distance inférieure ou égale à 7 de -2, c'est donc l'intervalle

$$[-2 - 7\,; -2 + 7] = [-9\,; 5]\,.$$

2. Traduire l'intervalle $]-4\,;6[$ sous la forme d'une inégalité de la forme $|x - m| < r$ pour $x \in\,]-4\,;6[$ avec m et r à déterminer.

On commence par déterminer le milieu de l'intervalle : $m = \frac{-4+6}{2} = 1$. On calcule ensuite la distance entre le milieu et l'une des bornes de l'intervalle : $r = 6 - 1 = 5$. L'inégalité associée $|x - 1| < 5$.