NOM : **Prénom :** **Groupe : 2^{de} 10**

Évaluation

Calcul littéral

Sujet 3-A 13/10/2021

Note et remarques : / 20

Instructions générales :

- *Les exercices sont indépendants les uns des autres.*
- *La calculatrice n'est pas autorisée.*

Exercice 1. (/1 POINT)

1. Donner un exemple de nombre appartenant à $\mathbb{Z}$ mais pas à $\mathbb{N}$: -1

2. Donner un exemple de nombre appartenant à $\mathbb{Q}$ mais pas à $\mathbb{D}$: $\frac{1}{3}$

Exercice 2. (/1 POINT) Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des symboles $\in$ et $\notin$.

	$[-1\,;+\infty[$	$[4\,;5[$	$[-10\,;10]$	$]-\pi\,;\pi[$
5	$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$
$-\frac{1}{4}$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$

Exercice 3. (/2 POINTS) Compléter les phrases suivantes en donnant l'inégalité associée à l'intervalle ou l'intervalle associé à l'inégalité.

1. $x \in [-6\,;-3[$ si et seulement si $-6 \leq x < -3$

2. $x \in [10\,;+\infty[$ si et seulement si $x \geq 10$

3. $\frac{1}{4} < x < 12$ si et seulement si $x \in \left]\frac{1}{4}\,;12\right[$

4. $x < -\frac{1}{2}$ si et seulement si $x \in \left]-\infty\,;-\frac{1}{2}\right[$

Exercice 4. (/2 POINTS) Déterminer les unions et intersections suivantes. On pourra faire les dessins mais ils ne constituent pas une réponse.

1. $[-5\,;-1] \cap]-3\,;1] =]-3\,;-1]$

2. $[-5\,;-1] \cup]-3\,;1] = [-5\,;1]$

3. $[-1\,;0] \cap]-3\,;-1[= \emptyset$

4. $[-1\,;0] \cup]-3\,;-1[=]-3\,;0]$

Exercice 5. (/2 POINTS) Calculer $\dfrac{15}{8} \times \dfrac{24}{25} - \dfrac{20/9}{5/3}$.

$$\frac{15}{8} \times \frac{24}{25} - \frac{20/9}{5/3} = \frac{3 \times 5 \times 3 \times 8}{8 \times 5 \times 5} - \frac{20 \times 3}{9 \times 5} = \frac{9}{5} - \frac{4}{3} = \frac{27}{15} - \frac{20}{15} = \frac{7}{15}.$$

Exercice 6. (/2 POINTS) Calculer $\dfrac{(4m)^5}{2^{10} \times m^6}$.

On a

$$\frac{(4m)^5}{2^{10} \times m^6} = \frac{4^5 \times m^5}{2^{10} \times m^6} = \frac{(2^2)^5 \times m^{5-6}}{2^{10}} = \frac{2^{10} \times m^{-1}}{2^{10}} = \frac{1}{m}.$$

Exercice 7. (/2 POINTS) Résoudre $\dfrac{7 - 14t}{t^2 + 1} = 0$.

D'après la règle du quotient nul, seul le numérateur peut être nul donc $7 - 14t = 0$. On trouve alors $t = \dfrac{1}{2}$. Par ailleurs, $t^2 + 1 > 0$ pour tout t donc $t^2 + 1$ ne s'annule pas si $t = \dfrac{1}{2}$. La solution est donc $t = \dfrac{1}{2}$.

Exercice 8. (/2 points) Résoudre l'inéquation $-6y - 15 < 6$.

$$\begin{aligned} -6y - 15 &< 6 \\ -6y &< 21 \\ y &> -\frac{21}{6} \quad \text{on change le sens de l'inégalité car on divise par } -6 \\ y &> -\frac{7}{2}. \end{aligned}$$

L'ensemble solution est donc l'intervalle $\left]-\frac{7}{2}\,;+\infty\right[$.

Exercice 9. (/6 points)

1. Développer $A = (z+5)^2 - 64$.

$$(z+5)^2 - 64 = z^2 + 10z + 25 - 64 = z^2 + 10z - 39.$$

2. Factoriser A.

$$A = (z+5)^2 - 64 = (z+5)^2 - 8^2 = (z+5+8)(z+5-8) = (z+13)(z-3).$$

3. Résoudre l'équation $(z+13)(z-3)=0$.

D'après la règle du produit nul, on a soit $z+13=0$ i.e. $z=-13$, soit $z-3=0$ i.e. $z=3$. Les solutions sont donc -13 et 3.

4. En déduire les solutions de l'équation $z^2+10z-39=0$.

D'après la question 2, on $z^2+10z-39=A=(z+13)(z-3)$. Les solutions de $z^2+10z-39=0$ sont donc les solutions de $(z+13)(z-3)=0$, i.e. -13 et 3.