

Évaluation

Calcul littéral

Sujet 3-B

13/10/2021

Note et remarques : / 20

Instructions générales :

- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1. (/1 POINT)

1. Donner un exemple de nombre appartenant à \mathbb{D} mais pas à \mathbb{Z} : **0,5**
2. Donner un exemple de nombre appartenant à \mathbb{R} mais pas à \mathbb{Q} : **π**

Exercice 2. (/1 POINT) Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des symboles \in et \notin .

	$]-\infty; -1[$	$]-4; 5]$	$[-1; 1]$	$]-\frac{5}{4}; +\infty[$
5	\notin	\in	\notin	\in
$-\frac{5}{4}$	\in	\in	\notin	\notin

Exercice 3. (/2 POINTS) Compléter les phrases suivantes en donnant l'inégalité associée à l'intervalle ou l'intervalle associé à l'inégalité.

1. $x \in]-2; 4]$ si et seulement si **$-2 < x \leq 4$**
2. $x \in]-\infty; 1[$ si et seulement si **$x < 1$**
3. $-3 \leq x \leq \frac{2}{3}$ si et seulement si **$x \in \left[-3; \frac{2}{3}\right]$**
4. $x \geq \frac{1}{5}$ si et seulement si **$x \in \left[\frac{1}{5}; +\infty\right[$**

Exercice 4. (/2 POINTS) Déterminer les unions et intersections suivantes. On pourra faire les dessins mais ils ne constituent pas une réponse.

1. $[-3; 2] \cap]-2; 1] =$ **$]-2; 1]$**
2. $[-3; 2] \cup]-2; 1] =$ **$[-3; 2]$**
3. $]-\infty; 0] \cap [0; +\infty[=$ **$\{0\}$**
4. $]-\infty; 0] \cup [0; +\infty[=$ **$]-\infty; +\infty[= \mathbb{R}$**

Exercice 5. (/2 POINTS) Calculer $\frac{16}{9} \times \frac{15}{32} - \frac{18}{27/14}$.

$$\frac{16}{9} \times \frac{15}{32} - \frac{18/7}{27/14} = \frac{16 \times 3 \times 5}{3 \times 3 \times 2 \times 16} - \frac{18 \times 14}{7 \times 27} = \frac{5}{6} - \frac{4}{3} = \frac{5}{6} - \frac{8}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}.$$

Exercice 6. (/2 POINTS) Calculer $\frac{8^3 \times n^5}{(2n)^9}$.

On a

$$\frac{8^3 \times n^5}{(2n)^9} = \frac{(2^3)^3 n^5}{2^9 n^9} = \frac{2^9 n^5}{2^9 n^9} = n^{5-9} = n^{-4} = \frac{1}{n^4}.$$

Exercice 7. (/2 POINTS) Résoudre $\frac{8t+2}{t^2+1} = 0$.

D'après la règle du quotient nul, seul le numérateur peut être nul donc $8t + 2 = 0$. On trouve alors $t = -\frac{1}{4}$.
Par ailleurs, $t^2 + 1 > 0$ pour tout t donc $t^2 + 1$ ne s'annule pas si $t = -\frac{1}{4}$. La solution est donc $t = -\frac{1}{4}$.

Exercice 8. (/2 POINTS) Résoudre l'inéquation $-11u + 6 \geq 61$.

$$-11u + 6 \geq 61$$

$$-11u \geq 55$$

$$u \leq -5 \quad \text{on change le sens de l'inégalité car on divise par } -11.$$

L'ensemble solution est donc l'intervalle $]-\infty; -5]$.

Exercice 9. (/6 POINTS)

1. Développer $A = (y - 6)^2 - 81$.

$$(y - 6)^2 - 81 = y^2 - 12y + 36 - 81 = y^2 - 12y - 45.$$

2. Factoriser A .

$$A = (y - 6)^2 - 81 = (y - 6)^2 - 9^2 = (y - 6 + 9)(y - 6 - 9) = (y + 3)(y - 15).$$

3. Résoudre l'équation $(y + 3)(y - 15) = 0$.

D'après la règle du produit nul, on a soit $y + 3 = 0$ i.e. $y = -3$, soit $y - 15 = 0$ i.e. $y = 15$. Les solutions sont donc -3 et 15 .

4. En déduire les solutions de l'équation $y^2 - 12y - 45 = 0$.

D'après la question 2, on $y^2 - 12y - 45 = A = (y + 3)(y - 15)$. Les solutions de $y^2 - 12y - 45 = 0$ sont donc les solutions de $(y + 3)(y - 15) = 0$, i.e. -3 et 15 .