Chapitre 1

Polynômes et équations du second degré

1.1 Polynômes du second degré

Définition 1.1. *On appelle* ***polynôme du second degré*** *toute fonction de x définie sur $\mathbb{R}$ pouvant se mettre sous la forme*

$$P(x) = ax^2 + bx + c,$$

où $a \in \mathbb{R}^*$ et $b, c \in \mathbb{R}$.

Exemples : Les fonctions f, g et h sont définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2 - x^2, \qquad g(x) = (4x-3)^2 \qquad \text{et} \qquad h(x) = (x-5)^2 - (x+1)^2.$$

— f est une fonction polynôme du second degré : a, b et c valent respectivement $-1, 0$ et 2.

— Après développement, on a $g(x) = 16x^2 - 24x + 9$, g est donc bien une fonction du second degré ayant pour coefficients $16, -24$ et 9.

— Après développement et réduction, on a $h(x) = -12x + 24$. Ici $a = 0$, h est une fonction polynôme de degré 1 (ou fonction affine).

Remarques :

— a est le coefficient dominant et c est le coefficient constant.

— Le degré d'un polynôme est en fait défini par la plus grande puissance de x qu'il contient : x^3 est polynôme de degré 3 ; $x^2 - x^4$ est degré 4 ; $x^5 - x + 1$ est de degré 5.

1.2 Forme canonique

Théorème 1.1. *Tout polynôme P du second degré peut s'écrire sous la forme*

$$P(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta,$$

où $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$ et $\beta = c - \dfrac{b^2}{4a}$. Cette écriture est appelée ***forme canonique****.*

Démonstration. Soit P un polynôme du second degré. Par définition il existe trois réels a, b et c (avec $a \neq 0$) tels que pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned}
P(x) &= ax^2 + bx + c \\
&= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c \\
&= a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c \\
&= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + \frac{4ac}{4a} \\
&= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}.
\end{aligned}$$

On peut choisir $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$ et $\beta = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$. □

Remarque : On a $P(\alpha) = a(\alpha - \alpha)^2 + \beta = \beta$. Il est ainsi plus commode de retenir $\beta = P(\alpha)$.

★ Vidéo (cliquer).

1.3 Variations

Propriété 1.1. *Soit P un polynôme du second degré.*

— *Si* $\mathbf{a < 0}$, *alors P est croissant sur $]-\infty, \alpha]$ et décroissant sur $[\alpha, +\infty[$ et β est le maximum de P.*

$$\begin{array}{|c|ccccc|}
\hline
x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\
\hline
 & & & \beta & & \\
P(x) & & \nearrow & & \searrow & \\
 & -\infty & & & & -\infty \\
\hline
\end{array}$$

— *Si* $\mathbf{a > 0}$, *alors P est décroissant sur $]-\infty, \alpha]$ et croissant sur $[\alpha, +\infty[$ et β est le minimum de P.*

$$\begin{array}{|c|ccccc|}
\hline
x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\
\hline
 & +\infty & & & & +\infty \\
P(x) & & \searrow & & \nearrow & \\
 & & & \beta & & \\
\hline
\end{array}$$

Démonstration. Exercice (utiliser la forme canonique). □

Exemple : Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = 2x^2 - 4x + 9$; mis sous forme canonique, on a

$$P(x) = 2(x-1)^2 + 7.$$

On a $a = 2 > 0$ donc P a pour tableau de variations

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$P(x)$	$+\infty$	$\searrow$	7	$\nearrow$	$+\infty$

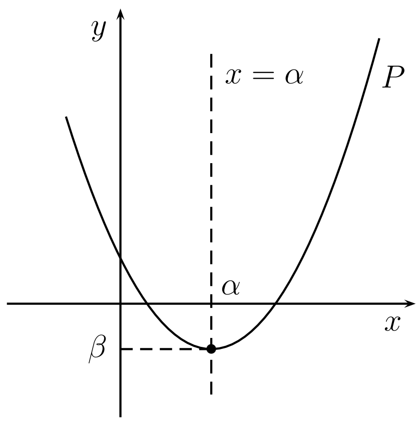
On en déduit que le P admet 7 pour minimum atteint en 1 ; il n'a pas de maximum.

★ Vidéo (cliquer).

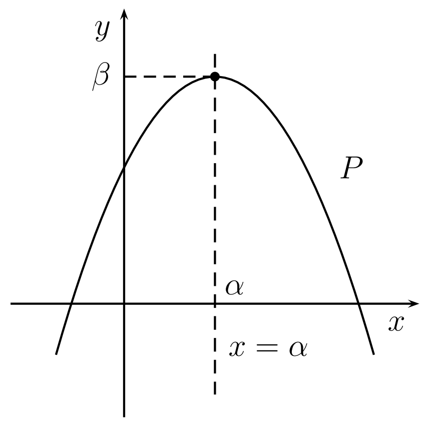
1.4 Représentation graphique

Propriété 1.2. *Soient a, α, β trois nombres réels (avec $a \neq 0$) et P définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$. La courbe représentative de f est une **parabole**.*
Elle a pour sommet le point de coordonnées $(\alpha\,;\beta)$ et pour axe de symétrie la droite d'équation $x = \alpha$.

Si $a > 0$:



Si $a < 0$:



1.5 Racines

Définition 1.2. *Soient P un polynôme du second degré et a un nombre réel. On dit que x_0 est une **racine** de P si $P(x_0) = 0$.*

Exemple : Soit P définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = 2x^2 - 8x + 6$. On a $P(1) = 2 \times 1^2 - 8 \times 1 + 6 = 0$, 1 est donc une racine de P. En revanche, $P(0) = 6$, le nombre 0 n'est donc pas une racine de P.

Théorème 1.2. *Soient a, b, c trois nombres réels (avec $a \neq 0$) et P défini sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = ax^2 + bx + c$. On pose $\Delta = b^2 - 4ac$.*

- *Si $\Delta < 0$, alors P ne possède pas de racine réelle.*
- *Si $\Delta = 0$, alors P possède une seule racine valant $x_0 = \alpha = -\dfrac{b}{2a}$; P se factorise alors sous la forme $P(x) = a(x - \alpha)^2$.*
- *Si $\Delta > 0$, alors P possède deux racines distinctes valant*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \textit{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

P se factorise alors sous la forme $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Remarque : Le nombre Δ est appelé *discriminant* de f.

Démonstration. Soit $P(x) = ax^2 + bx + c$ un polynôme du second degré. En utilisant la forme canonique de P, l'équation $P(x) = 0$ peut s'écrire

$$a(x - \alpha)^2 + \beta = 0,$$

ou encore, en remplaçant β par sa définition et en multipliant par $4a$,

$$4a^2(x - \alpha)^2 = b^2 - 4ac\ ;$$

ce que l'on peut réécrire sous la forme suivante :

$$[2a(x - \alpha)]^2 = \Delta.$$

Nous arrivons à une équation de la forme $X^2 = \Delta$. Il y a trois cas possibles :

$\Delta < 0$ **:** le carré d'un nombre réel ne pouvant être négatif, l'équation n'a pas de solution et donc P n'a pas de racine.

$\Delta = 0$ **:** nous avons alors $[2a(x - \alpha)]^2 = 0$ et, comme a est non nul, on en déduit que

$$x = \alpha = -\frac{b}{2a}.$$

P admet donc comme unique racine α. Par ailleurs, on a $P(\alpha) = \beta$; on en déduit que $\beta = 0$ et donc que $P(x) = a(x - \alpha)^2$.

$\Delta > 0$ **:** nous avons alors deux possibilités :

$$2a(x - \alpha) = -\sqrt{\Delta} \ \text{ ou } \ 2a(x - \alpha) = \sqrt{\Delta},$$

soit, en remplaçant α par son expression,

$$x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \ \text{ ou } \ x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

P admet donc deux racines distinctes. Par ailleurs, on a

$$\begin{aligned} P(x) &= a(x-\alpha)^2+\beta \\ &= a(x-\alpha)^2+c-\frac{b^2}{4a} \\ &= a\left[(x-\alpha)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right] \\ &= a\left[(x-\alpha)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right] \\ &= a\left(x-\alpha-\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x-\alpha+\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right) \\ &= a(x-x_1)(x-x_2). \end{aligned}$$

□

Remarque :

— On a établi au cours de cette démonstration une seconde formule pour le discriminant : $\Delta = -4a\beta$.

— Toute équation du second degré $P(x) = k$ avec $k \in \mathbb{R}$ peut se rapporter à la recherche des racines d'un autre polynôme.

Exemples :

1. $P_1(x) = x^2+1$ a pour discriminant $\Delta = -4$, il n'a donc pas de racine réelle.
2. $P_2(x) = 4x^2-8x+4$ a pour discriminant $\Delta = 0$, il a une racine : $x_0 = 1$.
3. $P_3(x) = x^2+x-1$ a pour discriminant $\Delta = 5$, il a deux racines :

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Propriété 1.3. *Si $P(x) = ax^2+bx+c$ polynôme du second degré admet deux racines (distinctes ou confondues) x_1 et x_2, alors on a*

$$x_1+x_2 = -\frac{b}{a} \qquad \textit{et} \qquad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}.$$

Démonstration. Exercice. □

★ Vidéo 1 (cliquer) ; vidéo 2 ; vidéo 3 ; vidéo 4.

1.6 Signes d'un polynôme du second degré

Théorème 1.3. *Soit P un polynôme du second degré et Δ son discriminant.*

— *Si $\Delta < 0$, alors $P(x)$ est du signe de a pour tout $x \in \mathbb{R}$.*

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x)$	*signe de a*	

— *Si $\Delta = 0$, alors $P(x)$ est du signe de a pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{x_0\}$ où x_0 est la racine de P.*

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$P(x)$		*signe de a*	0	*signe de a*	

— *Si $\Delta > 0$, alors $P(x)$ est du signe de a pour tout $x \in]-\infty, x_1[\cup]x_2, +\infty[$ et du signe de $-a$ pour tout $x \in]x_1, x_2[$, où x_1 et x_2 sont les racines de P :*

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$P(x)$		*signe de a*	0	*signe de -a*	0	*signe de a*	

Démonstration. Soit P un polynôme du second degré et Δ son discriminant.

— Si $\Delta < 0$, alors P n'a pas de racines et ne change donc pas de signes : $P(x)$ est soit strictement positif, soit strictement négatif pour tout $x \in \mathbb{R}$. Pour voir de qu'il s'agit bien du signe de a, repartons de la forme canonique de P :

$$P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta.$$

Supposons $a > 0$ et regardons pour quels $x \in \mathbb{R}$ l'inégalité $P(x) > 0$ est vraie. En réutilisant les calculs de la démonstration du théorème 1.2, on aboutit à

$$P(x) > 0 \Longleftrightarrow a(x - \alpha)^2 > -\beta \Longleftrightarrow 4a^2(x - \alpha)^2 > \Delta.$$

Cette dernière inégalité est vraie pour tout $x \in \mathbb{R}$ puisque $\Delta < 0$ et $4a^2(x - \alpha)^2 \geq 0$. Donc $P(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, autrement dit P est du signe de a.

Reste le cas $a < 0$, il se traite de façon identique en considérant $P(x) < 0$.

— Si $\Delta = 0$, alors $P(x) = a(x - x_0)^2$. Comme $(x - x_0)^2 \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, on en déduit que $P(x)$ est du signe de a pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{x_0\}$.

— Si $\Delta > 0$, alors $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$. Pour étudier son signe, un simple tableau de signe suffit.

Si $a < 0$:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
a		$-$		$-$		$-$	
$x - x_1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x - x_2$		$-$		$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Si $a > 0$:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
a		$+$		$+$		$+$	
$x - x_1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x - x_2$		$-$		$-$	0	$+$	
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

□

Exemples :

— $P_1(x) = x^2 + 1$ a pour discriminant -4, il est donc strictement positif sur $\mathbb{R}$.

— $P_2(x) = 4x^2 - 8x + 4$ a pour discriminant 0, il est donc positif sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ et nul en 1.

— $P_3(x) = 5 - x^2$ a pour discriminant 20, il est positif (signe de $-a$) entre ses racines : $-\sqrt{5}$ et $\sqrt{5}$, donc sur $\left[-\sqrt{5}\,;\sqrt{5}\right]$ – et négatif à l'extérieur de celles-ci, donc sur $\left]-\infty\,;-\sqrt{5}\right] \cup \left[\sqrt{5}\,;+\infty\right[$.

★ Vidéo 1 (cliquer) ; vidéo 2 ; vidéo 3.

1.7 Exercices

1.7.1 Démarrage

Exercice 1.1. Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont des polynômes du second degré ?

$$f_1(x) = 3x^2 - 1, \quad f_2(x) = -9x^2 + x, \quad f_3(x) = x^2 + 7\sqrt{x}, \quad f_4(x) = 8(x-3)^2 - 2(3+2x)^2.$$

Exercice 1.2. Mettre sous forme canonique les polynômes suivants :

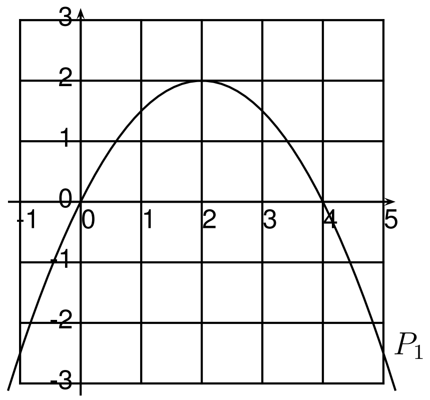
$$P_1(x) = -4x^2 + 6x - 1, \quad P_2(x) = 5x^2 - 15x + 1, \quad P_3(x) = 4x^2 - 1, \quad P_4(x) = 5x^2 + 25x - 2.$$

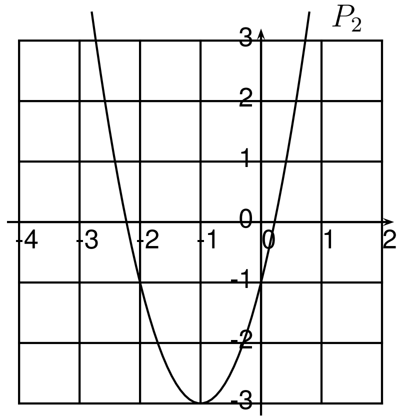
Exercice 1.3. Donner les variations des polynômes suivants :

$$P_1(x) = 1 - 3x^2, \quad P_2(x) = 4x^2 - 2x, \quad P_3(x) = x^2 + 50x - 1.$$

Exercice 1.4. Esquisser les courbes des polynômes des deux exercices précédents.

Exercice 1.5. Les courbes ci-dessous sont celles de polynômes du second degré, donner le signe de a et les valeurs de α et β.





Exercice 1.6. Les réels -3, -1, 0, 2 et 5 sont-ils racines du polynômes $P(x) = 2x^2 - 2x - 4$?

Exercice 1.7. Déterminer, si elles existent, les racines des polynômes suivants :

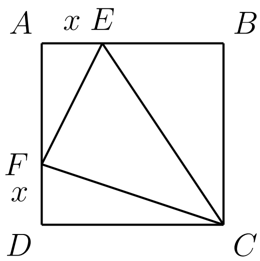
$$P_1(x) = -2x^2 - 1, \quad P_2(x) = 3x^2 - 6x - 4, \quad P_3(x) = -9x^2 + 12x - 4, \quad P_4(x) = -4(x-1)(x+11).$$

Exercice 1.8. Déterminer le signe des polynômes ci-dessus.

1.7.2 Approfondissement

Exercice 1.9. [Algorithme] Écrire et coder en Python (ou à la calculatrice) un algorithme donnant la forme canonique d'un polynôme connaissant ses coefficients.

Exercice 1.10.
Soit $ABCD$ un carré de côté 4. Soient $x \in [0,4]$, $E \in [AB]$ tel que $AE = x$ et $F \in [AD]$ tel que $DF = x$.
Déterminer x pour que l'aire du triangle FEC soit minimale.



Exercice 1.11. Soit P un polynôme du second degré. Sachant que :

— les antécédents de 0 par P sont -2 et 3 ;

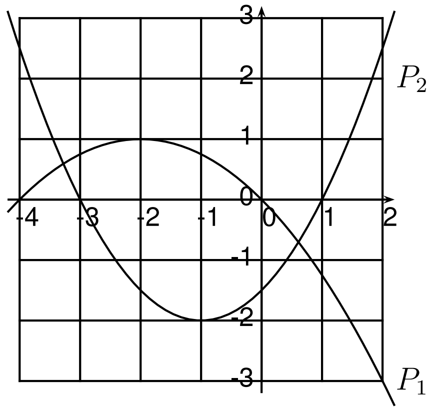
— l'image de 4 par P est -5 ;

déterminer l'expression de P en fonction de x.

Exercice 1.12.

Soient P_1 et P_2 deux polynômes dont on peut observer les courbes représentatives ci-contre. Pour P_1 et P_2, déterminer :

1. α et β ;
2. ses racines ;
3. son coefficient dominant.



Exercice 1.13. Trouver deux entiers consécutifs dont le produit vaut 4970.

Exercice 1.14. [Physique, algorithme] On souhaite étudier la profondeur d'un puits ; pour cela, on y lâche une pierre, sans vitesse initiale et de masse m, afin de chronométrer le temps qu'elle mettra pour atteindre le fond du puits en arrêtant le chronomètre à l'instant où l'on entend l'impact de la pierre. En négligeant les frottements de l'air, le principe fondamental de la dynamique (ou deuxième loi de Newton) nous dit que la distance parcourue par la pierre au temps t est donnée par

$$x(t) = \frac{1}{2}gt^2,$$

où g est l'accélération de pesanteur et vaut environ $9,8m/s^2$.

1. Quelle est la distance parcourue si le temps de chute est de $2s$? – de $4s$?
2. Combien de temps met la pierre à atteindre le fond d'un puits de $20m$?
3. À partir de l'instant du lâcher de la pierre, au bout de combien de temps l'observateur entend-t-il le son de l'impact au fond du puits ? (Vitesse du son dans l'air : environ $340m/s$).
4. (**) Supposons cette fois-ci que l'on ne connaisse pas la profondeur du puits. Le bruit de l'impact arrive à l'observateur au bout de $3,1s$. Quelle est la profondeur du puits ? *Indication :* exprimer les temps d'aller et de retour en fonction de la profondeur p du puits puis poser $P = \sqrt{p}$ dans l'équation à résoudre.
5. Écrire et programmer un algorithme en Python donnant la profondeur du puits connaissant le temps nécessaire pour entendre le bruit de l'impact.

Exercice 1.15. [Algorithme] Écrire et coder en Python (ou à la calculatrice) un algorithme donnant les racines d'un polynôme – si elles existent – connaissant ses coefficients.

Exercice 1.16. Déterminer le signe des fonctions suivantes (on précisera leurs domaines de définition) :

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 4}, \quad g(x) = \frac{-2x^2 + 1}{x^2 + 1}, \quad h(x) = \frac{-3(x + 4)(x - 10)}{x^2 - 25}.$$

Exercice 1.17. Résoudre les inéquations suivantes :

$$\frac{2}{x} < x + 5, \qquad \frac{3}{x - 4} \geq x + 8.$$

Exercice 1.18. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations

$$x^4 - 5x^2 + 3 = 0 \quad \text{et} \quad 6x^4 + 3x^2 - 1 = 0.$$

Indication : on pourra poser $X = x^2$.

Exercice 1.19. Résoudre dans $\mathbb{R}_+$ les équations

$$x - 5\sqrt{x} + 3 = 0 \quad \text{et} \quad 6x + 3\sqrt{x} - 1 = 0.$$

Exercice 1.20. [Physique et magie] Pour fêter la fin de leur année d'étude à Poudlard, Fred et Georges décident de tirer un feu d'artifice. Ils espèrent notamment que leurs projectiles magiques retomberont sur le professeur Rogue situé à 100m de leur point de tir (ce dernier ne serait pas blessé mais deviendrait intégralement rose pendant une semaine). Le projectile est tiré avec un angle θ par rapport au sol (supposé plat) et une vitesse v. D'après les calculs d'Hermione (qui ignorait ce que voulait Fred et Georges), la trajectoire est donnée par l'équation

$$y = -\frac{g}{2v^2}[1 + \tan^2\theta]x^2 + x\tan\theta,$$

où g est l'accélération de pesanteur et vaut environ $9,8m/s^2$.
Les fusées magiques sont lancées à une vitesse de $50m/s$ et un angle de tir de 80 degré.

1. Quelle est la hauteur maximale atteinte par les fusées et à quelle distance celle-ci est atteinte ?
2. Sachant que les fusées exploseront dans un rayon de $10m$ à leur point de chute, le professeur Rogue sera-t-il atteint ?
3. (*) Calculer l'angle de tir θ pour les fusées tombent pile le professeur Rogue. *Indication :* on pourra considérer une équation en $z = \tan\theta$ sachant que $x = 100$.

Exercice 1.21. [Économie] La fédération du commerce fabrique des droïdes avec une production mensuelle inférieure à 12000 unités. Le coût mensuel pour fabriquer x milliers d'unités est modélisé par la fonction C définie sur $[0\,;12]$ par

$$C(x) = 0,6x^2 - 0,62x + 18,24.$$

Chaque droïde est vendu au prix unitaire de 7 dataris.

1. La fédération a vendu 4000 droïdes en mai et 6500 en juin, quel mois le bénéfice a-t-il été le plus important ?
2. On note $R(x)$ le montant de la recette mensuelle pour x milliers d'unités vendues. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.

3. On note $B(x)$ le bénéfice mensuel en fonction de x. Vérifier que pour tout $x \in [0\,;12]$,

$$B(x) = -0,6x^2 + 7,62x - 18,24.$$

4. Étudier le signe et les variations de B.
5. En déduire le nombre d'unités qui doivent être produites pour que la fédération réalise un bénéfice positif puis maximal.

Exercice 1.22. Résoudre l'équation $x\,|x| + 1 = 3\,|x|$.

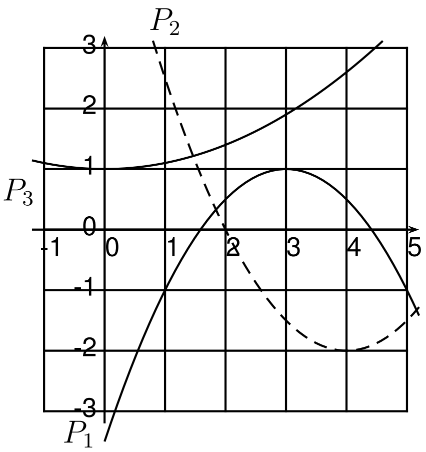
1.7.3 Entraînement

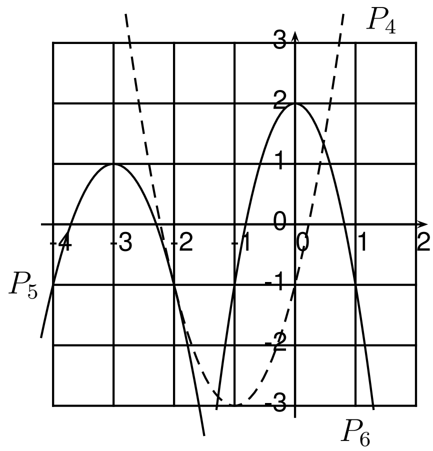
Exercice 1.23. Déterminer les formes canoniques et les variations des polynômes suivants :

$$P_1(x) = 6x^2 + 4x - 1, \quad P_2(x) = -2x^2 + 6x - 6, \quad P_3(x) = -16x^2 + 1, \quad P_4(x) = 8x^2 - 3x,$$

$$P_5(x) = x^2 - x + 1, \quad P_6(x) = -x^2 + 24x + 1, \quad P_7(x) = 9x^2 + 3, \quad P_8(x) = (x+1)(9-x).$$

Exercice 1.24. Les courbes ci-dessous sont celles de polynômes du second degré, donner le signe de a et les valeurs de α et β.





Exercice 1.25. Déterminer, si elles existent, les racines des polynômes de l'exercice 1.24.

Exercice 1.26. Déterminer les signes des polynômes suivants :

$$P_1(x) = x^2 + 4x - 1, \quad P_2(x) = -x^2 + 2x - 6, \quad P_3(x) = -6x^2 + 1, \quad P_4(x) = x^2 - 15x,$$

$$P_5(x) = x^2 - 7x + 2, \quad P_6(x) = -3x^2 + 10x + 1, \quad P_7(x) = -9x^2 - 1, \quad P_8(x) = -(x-3)(19-x).$$

Exercice 1.27. Résoudre les inéquations suivantes :

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x - 6} > 0, \quad \frac{9x^2 - 2}{x + 2} \leq 0, \quad \frac{2}{x} < 2x + 3, \quad 5x + 6 \leq \frac{1}{x - 2}.$$

1.7.4 Vidéos d'exercices corrigés

— Déterminer la forme canonique d'un polynôme du second degré (cliquer).
— Déterminer l'expression d'un polynôme du second degré (cliquer).
— Étudier les variations d'un polynôme du second degré (cliquer).
— Factoriser un polynôme du second degré (cliquer).
— Résoudre une inéquation du second degré (cliquer).

1.8 Attendus et savoir-faire

— Déterminer si une fonction est un polynôme du second degré ou pas.
— Déterminer la forme canonique d'un polynôme du second degré, en déduire son minimum ou maximum et réciproquement.
— Déterminer l'expression d'un polynôme du second degré à partir de sa courbe représentative.
— Déterminer si un réel est racine ou non d'un polynôme du second degré.
— Trouver les racines éventuelles d'un polynôme du second degré, à l'aide des formules ou de sa courbe représentative.
— Déterminer le signe d'un polynôme du second degré à l'aide des formules ou de sa courbe représentative.

1.9 Étude

On s'intéresse dans cette étude à la modélisation d'un tir de catapulte. La charge de la catapulte quitte celle-ci à 4m de hauteur ; on peut donc considérer que le tir commence au point $(0\,;4)$. La trajectoire du tir est une parabole $\mathscr{P}$ dont la hauteur maximale est de 160 m atteinte à 400m. Le but est de déterminer à quelle distance doit-on placer la catapulte afin de tirer sur la porte d'une forteresse sachant que celle-ci fait 20m de haut. Puis de généraliser le résultat pour une catapulte quelconque et une porte quelconque.

1. Déterminer l'expression du polynôme P donnant l'équation de la parabole $\mathscr{P}$.
2. Résoudre l'inéquation $P(x) > 0$.
3. Résoudre l'inéquation $P(x) < 20$.
4. En déduire l'intervalle des distances de tir possibles.
5. (***) Écrire et coder en Python un algorithme pour qu'il donne l'intervalle de tir pour un tir débutant à une hauteur h_0 quelconque, dont le sommet de la parabole est atteint en $(\alpha\,;\beta)$ avec α et β quelconques et pour une porte de hauteur h ; le tester avec $h_0 = 4$, $\alpha = 400$, $\beta = 160$ et $h = 20$ afin de vérifier que l'on retrouve les résultats précédents. On détaillera les calculs et démarches effectuées.