NOM : **Prénom :** **Groupe : 2$^{\text{de}}$ 10**

Évaluation

Généralités sur les fonctions

Sujet 3-A 23/11/2022

Note et remarques : $/\ 16$

Instructions générales :

- *Les exercices sont indépendants les uns des autres.*
- *La calculatrice n'est pas autorisée.*

Exercice 1. (/2 POINTS) Soit h une fonction définie par le tableau de valeurs suivants :

z	-3	$-1,6$	0	0,1	1,2	4	4,7
$h(z)$	4	3	-3	-4	-3	0	1

1. Quelle est l'image de 0,1 par h ? -4

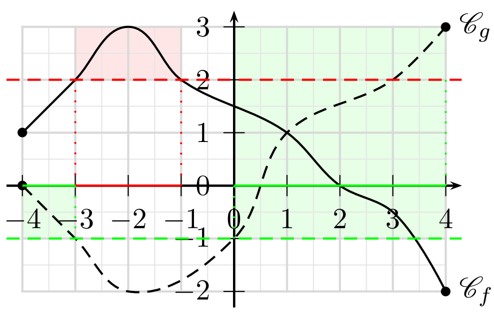
2. Quelle est l'image de 4 par h ? 0

3. Quels sont les éventuels antécédents de 4 par h ? -3

4. Quels sont les éventuels antécédents de -3 par h ? 0 et 1,2

Exercice 2. (/3 POINTS)

Soit f et g deux fonctions définies par les courbes ci-contres. Les solutions données aux questions suivantes seront approximatives.



1. Quelle est l'image de 4 par f ? -2

2. Quels sont les éventuels antécédents de 2 par f ?

-3 et -1

3. Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$. C'est l'abscisse du point d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ donc 1.

4. Résoudre graphiquement $f(x) > 2$. La solution est l'intervalle $]-3\,;-1[$.

5. Résoudre graphiquement $g(x) \geq -1$. La solution est l'intervalle $[-4\,;-3] \cup [0\,;4]$.

6. Résoudre graphiquement $g(x) > f(x)$. La solution est l'intervalle $]1\,;4]$.

Exercice 3. (/7 POINTS) Soient f, g et h trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 6, \quad g(x) = 2(x+1)^2 - 8, \quad h(x) = 2(x+3)(x-1).$$

1. Montrer que f, g et h sont trois expressions d'une seule et même fonction.

Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} g(x) &= 2(x+1)^2 - 8 \\ &= 2(x^2 + 2x + 1) - 8 \\ &= 2x^2 + 4x + 2 - 8 \\ &= 2x^2 + 4x - 8 \\ &= f(x), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h(x) &= 2(x+3)(x-1) \\ &= 2(x^2 + 3x - x - 3) \\ &= 2(x^2 + 2x - 3) \\ &= 2x^2 + 4x - 6 \\ &= f(x). \end{aligned}$$

On a donc $f(x) = g(x) = h(x)$. Autrement, les trois fonctions sont égales.

2. En choisissant l'expression la plus adaptée de f, calculer l'image de 0.

$$f(0) = 2 \times 0^2 + 4 \times 0 - 6 = -6.$$

3. En choisissant l'expression la plus adaptée de f, calculer l'image de $\sqrt{5} - 1$.

$$\begin{aligned} f(\sqrt{5} - 1) &= g(\sqrt{5} - 1) \\ &= 2(\sqrt{5} - 1 + 1)^2 - 8 \\ &= 2(\sqrt{5})^2 - 8 \\ &= 2 \times 5 - 8 \\ &= 2. \end{aligned}$$

4. En choisissant l'expression la plus adaptée de f, déterminer les éventuels antécédents de 0.

On cherche x tel que $f(x) = 0$, ou encore $h(x) = 0$ donc

$$2(x+3)(x-1) = 0.$$

D'après la règle du produit nul, soit $x + 3 = 0$, i.e. $x = -3$; soit $x - 1 = 0$, i.e. $x = 1$.

0 a donc pour antécédents -3 et 1.

5. En choisissant l'expression la plus adaptée de f, déterminer les éventuels antécédents de -6.

On cherche x tel que $f(x) = -6$, i.e.

$$\begin{aligned} f(x) &= -6 \\ 2x^2 + 4x - 6 &= -6 \\ 2x^2 + 4x &= 0 \\ 2x(x+2) &= 0. \end{aligned}$$

D'après la règle du produit nul, soit $2x = 0$, i.e. $x = 0$; soit $x + 2 = 0$, i.e. $x = -2$.

-6 a donc pour antécédents -2 et 0.

Exercice 4. (/4 POINTS)

1. Calculer $\dfrac{16}{9} \times \dfrac{15}{32} - \dfrac{18/7}{27/14}$.

$$\frac{16}{9} \times \frac{15}{32} - \frac{18/7}{27/14} = \frac{16 \times 3 \times 5}{3 \times 3 \times 2 \times 16} - \frac{18 \times 14}{7 \times 27} = \frac{5}{6} - \frac{4}{3} = \frac{5}{6} - \frac{8}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}.$$

2. Calculer $\dfrac{8^3 \times n^5}{(2n)^9}$.

On a

$$\frac{8^3 \times n^5}{(2n)^9} = \frac{(2^3)^3 n^5}{2^9 n^9} = \frac{2^9 n^5}{2^9 n^9} = n^{5-9} = n^{-4} = \frac{1}{n^4}.$$

3. Résoudre l'inéquation $-11u + 6 \geq 61$.

$$\begin{aligned} -11u + 6 &\geq 61 \\ -11u &\geq 55 \\ u &\leq -5 \quad \text{on change le sens de l'inégalité car on divise par } -11. \end{aligned}$$

L'ensemble solution est donc l'intervalle $]-\infty\,; -5]$.

4. Écrire $\sqrt{48}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux entiers les plus petits possibles.

$$\sqrt{48} = \sqrt{3 \times 16} = \sqrt{3} \times \sqrt{16} = 4\sqrt{3}.$$