

TP Algorithmes gloutons

1 Algorithme glouton

Un algorithme **glouton** est souvent une solution intéressante pour un problème d'optimisation. Ces problèmes ont deux caractéristiques : une fonction que l'on doit maximiser ou minimiser et une série de contraintes auxquelles il faut satisfaire. Dans les algorithmes gloutons, on fait toujours le choix qui semble meilleur sur le moment. Autrement dit, on fait un choix optimal localement dans l'espoir que ce choix mènera à la solution optimale globalement. Les algorithmes gloutons n'aboutissent pas toujours à des solutions optimales, mais ils y arrivent dans de nombreux cas.

2 Le rendu de monnaie

L'un des grands classiques des algorithmes gloutons est le problème du rendu de monnaie. En travaillant sur les euros, la stratégie gloutonne donne toujours une solution optimale au problème du rendu de monnaie.

Vous arpentez les allées du marché de Navigord afin d'acheter le matériel nécessaire à votre prochaine quête dans le donjon de Xar Saroth. Après avoir acheté quelques armes à un certain Marcus, marchand aux slogans douteux, celui-ci doit vous rendre de la monnaie. Étant avare, il souhaite le faire en utilisant le moins de pièces possibles. La monnaie locale, les fusio-sesterces, comporte les pièces suivantes. : 1, 2, 5, 10, 50, 100.

Par exemple, si la somme qui doit être rendue est 9, les différentes combinaisons possibles sont les suivantes :

Combinaison	Pièces
$9 \times 1F$	9
$7 \times 1F + 1 \times 2F$	8
$5 \times 1F + 2 \times 2F$	7
$3 \times 1F + 3 \times 2F$	6
$1 \times 1F + 4 \times 2F$	5
$4 \times 1F + 1 \times 5F$	5
$2 \times 1F + 1 \times 2F + 1 \times 5F$	4
$2 \times 2F + 1 \times 5F$	3

La meilleure solution est donc de rendre une pièce de 5 fusio-sesterces et deux de 2.

Pour aborder le problème de rendu de monnaie avec une stratégie gloutonne, on va donc sélectionner les pièces à rendre une à une, et faire décroître progressivement la somme restant à rendre. Chaque choix doit être celui qui parait le meilleur au vu de la situation présente, c'est-à-dire de

la somme restant à rendre. Pour limiter le nombre de devises rendues, on choisit de faire décroître cette somme aussi vite que possible.

Votre mission, si vous l'acceptez, est de programmer une fonction prenant en entrée une somme à rendre et donnant en sortie le nombre de pièces correspondantes avec une approche gloutonne. Puis de revendre cette fonction aux marchands de Navigord afin de devenir le joueur le plus riche d'Ouesteroc.

3 Le sac à dos

Vous êtes en train d'explorer le donjon de Xar Saroth en quête de trésors, de monstres et de gloire. Après d'épiques affrontements, quelques énervements et un jet de manette, vous triomphez finalement du boss de Xar Saroth et vous apprêtez à récupérer son butin. Devant les montagnes d'or et d'objets précieux, vous ne savez plus où vous donnez de la tête ni quels objets choisir. Heureusement, le boss de Xar Saroth était bien organisé et tenait un registre de ses biens les plus précieux ; registre dont votre aimable serviteur s'est procuré l'extrait ci-dessous.

Extrait du registre de Xar Saroth		
Objet	Poids (en kg)	Valeur
Glaive enchanté	4	1 000 000
Pierre de régénération	0,5	3 000 000
Casque elfe	2	250 000
Dague maudite	1	1 500 000
Parchemin de pouvoir	0,1	2 000 000

Vous souhaitez évidemment maximiser votre gain lors de la revente de ces objets auprès des marchands de Navigrod. Malheureusement, votre sac à dos ne vous permet de transporter au maximum que 5kg (au delà, vous vous déplacez très lentement) et vous avez perdu votre fidèle poney dans la forêt tout à l'heure ; il ne pourra rien transporter à votre place. Vous êtes donc contraint de réfléchir à la meilleure combinaison d'objets possibles dans la limite des 5kg de votre sac à dos.

Ce problème fait partie des 21 problèmes NP-complets identifiés par Richard Karp en 1972. Il s'agit de remplir son sac à dos le mieux possible mais il y a évidemment des contraintes à respecter :

1. Les objets que l'on souhaite placer dans le sac à dos possèdent chacun une valeur et un poids.
2. La charge du sac à dos ne peut pas dépasser un poids maximal.
3. La masse totale des objets est supérieure à celle autorisée dans le sac.
4. Quels objets faut-il mettre dans le sac à dos de manière à maximiser la valeur totale des objets sélectionnés sans dépasser la charge maximale du sac ?

Écrire un programme prenant en données une liste de noms d'objets et pour chacun d'entre eux un poids et une valeur. Il déterminera ensuite quels sont ceux que vous devrez voler afin de maximiser votre gain dans la limite des 5kg.