

Évaluation

Évolutions - Variations de fonctions

Sujet 3-A

15/12/2022

Note et remarques : / 18

Instructions générales :

- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice est autorisée.

Exercice 1. (/6 POINTS) On donne ci-dessous le tableau de variation d'une fonction f .

x	-10	-5	-3	0	4	8
$f(x)$	-6	-2	-4	4	0	2

1. Quel est l'ensemble de définition de f ? $[-10; 8]$.
2. Quel est l'image de -5 par f ? -2 .
3. Quels sont les éventuels antécédents de 0 par f ? 4 .
4. Quel est le maximum de f sur son ensemble de définition? 4 atteint en 0 .
5. Quel est le minimum de f sur $[0; 8]$? 0 atteint en 4 .
6. Lorsque $x \in [-10; -3]$, $-6 \leq f(x) \leq -2$.
7. « $f(x) \leq 0$ pour $x \in [-10; -3]$ », vrai ou faux? Justifier.

Vrai, f a pour maximum -2 sur $[-10; -3]$, elle est donc bien négative.

8. Comparer $f(-2)$ et $f(-1)$. Justifier.

f est croissante sur $[-3; 0]$ donc $f(-2) \leq f(-1)$.

9. Comparer $f(-6)$ et $f(6)$. Justifier.

f est croissante sur $[-10; -5]$ donc $f(-6) \leq f(-5) = -2$. Par ailleurs, f est croissante sur $[4; 8]$ donc $0 = f(4) \leq f(6)$. On a donc

$$f(-6) \leq -2 \leq 0 \leq f(6).$$

Exercice 2. (/2 POINTS)

Compléter le tableau suivant :

Taux d'évolution	+54%	-82%	+231%	-16%
Coefficient multiplicateur	1,54	0,18	3,31	0,84

Exercice 3. (/7 POINTS)

1. Une ville dépense 20% de son budget en frais d'énergie (essence, électricité, gaz, biomasse, etc), soit 2 000 000€ par an. Calculer le montant de son budget.

En reprenant la formule du cours $p = \frac{n_A}{n_E}$, on aurait ici $p = 20\%$ et $n_A = 2000000$ avec n_E à déterminer. On a donc

$$n_E = \frac{n_A}{p} = \frac{2000000}{0,20} = 10000000.$$

La ville a donc un budget de 10 000 000€.

2. Sachant que l'électricité représente 90% des frais d'énergie, déterminer la part de l'électricité dans le budget de la ville, i.e. la proportion de l'électricité dans le budget, puis le montant en euros de la facture d'électricité de la ville.

L'électricité représente 90% de 20%, on a donc la proportion de l'électricité dans le budget égale à

$$p = 0,9 \times 0,2 = 0,18 = 18\%.$$

Pour obtenir le montant de la facture d'électricité, on peut faire 90% de 2 000 000 ou 18% de 10 000 000. On obtient alors

$$0,18 \times 10000000 = 1800000.$$

3. La ville veut se fixer pour objectif de réduire sa facture d'électricité de 1 800 000 à 1 000 000 en trois ans. Calculer le pourcentage de réduction que cela représente. On arrondira au pourcent près.

Avec la formule du cours, on a ici $v_1 = 1800000$ et $v_2 = 1000000$. Le taux d'évolution est

$$t = \frac{v_2 - v_1}{v_1} = \frac{1000000 - 1800000}{1800000} \simeq -0,44 = -44\%.$$

C'est donc un objectif de réduction de 44%.

4. La ville souhaite diminuer progressivement sa facture d'électricité de 44% sur trois ans. Elle décide d'une réduction de 10% la première année puis de 15% la deuxième année. Calculer le pourcentage de baisse totale sur les deux ans. On arrondira à 0,1% près.

Les coefficients multiplicateurs associées à ces deux évolutions sont $k_1 = 1 + t_1 = 1 - 0,1 = 0,9$ et $k_2 = 1 + t_2 = 1 - 0,15 = 0,85$. Le coefficient multiplicateur global est

$$K = k_1 \times k_2 = 0,9 \times 0,85 = 0,765.$$

Le taux d'évolution global est donc $T = K - 1 = 0,765 - 1 = -0,235 = -23,5\%$. La facture d'électricité devra donc avoir baissé de 23,5% sur deux ans.

5. Déterminer le pourcentage d'évolution que l'on doit avoir sur la troisième année pour avoir une diminution globale sur les trois ans de 44%. On arrondira à 0,1% près.

Le coefficient multiplicateur associé à une diminution de 44% est 0,56. On cherche donc k_3 tel que

$$k_1 \times k_2 \times k_3 = 0,56,$$

i.e.

$$k_3 = \frac{0,56}{0,9 \times 0,85} \simeq 0,732.$$

On a donc $t_3 = k_3 - 1 = 0,732 - 1 = -0,268 = -26,8\%$. Il faut donc une diminution de 26,8% sur la troisième année pour avoir une diminution globale de 44%.

Exercice 4. (/3 POINTS)

1. Calculer $\frac{16}{5} \times \frac{15}{24} - \frac{20}{21}$.

$$\frac{16}{5} \times \frac{15}{24} - \frac{20}{21} = \frac{2 \times 8 \times 3 \times 5}{5 \times 3 \times 8} - \frac{20 \times 3}{21 \times 2} = 2 - \frac{10}{7} = \frac{14}{7} - \frac{10}{7} = \frac{4}{7}.$$

2. Résoudre l'inéquation $-10y + 13 > 3$.

$$\begin{aligned} -10y + 13 &> 3 \\ -10y &> -10 \\ y &< 1 \quad \text{on change le sens de l'inégalité car on divise par } -10. \end{aligned}$$

L'ensemble solution est donc l'intervalle $]-\infty; 1[$.

3. Résoudre l'équation $(3z - 18)(5 + 10z) = 0$.

D'après la règle du produit nul, on a soit $3z - 18 = 0$ i.e. $z = 6$, soit $5 + 10z = 0$ i.e. $z = -\frac{1}{2}$. Les solutions sont donc $-\frac{1}{2}$ et 6.