

Évaluation

Évolutions - Variations de fonctions

Sujet 3-B

15/12/2022

Note et remarques : / 18

Instructions générales :

- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice est autorisée.

Exercice 1. (/6 POINTS) On donne ci-dessous le tableau de variation d'une fonction f .

x	-9	-6	-2	1	3	7
$f(x)$	6	2	4	-4	0	-2

1. Quel est l'ensemble de définition de f ? $[-9; 7]$.
2. Quel est l'image de -6 par f ? 2 .
3. Quels sont les éventuels antécédents de 0 par f ? 3 .
4. Quel est le minimum de f sur son ensemble de définition? -4 atteint en 1 .
5. Quel est le maximum de f sur $[-6; 1]$? 4 atteint en -2 .
6. Lorsque $x \in [-9; -2]$, $2 \leq f(x) \leq 6$.
7. « $f(x) \geq 0$ pour $x \in [-9; -2]$ », vrai ou faux? Justifier.

Vrai, f a pour minimum 2 sur $[-9; -2]$, elle est donc bien positive.

8. Comparer $f(4)$ et $f(5)$. Justifier.

f est décroissante sur $[3; 7]$ donc $f(4) \geq f(5)$.

9. Comparer $f(-7)$ et $f(6)$. Justifier.

f est décroissante sur $[-9; -6]$ donc $f(-7) \geq f(-6) = 2$. Par ailleurs, f est décroissante sur $[3; 7]$ donc $f(6) \leq f(3) = 0$. On a donc

$$f(6) \leq 0 \leq 2 \leq f(-7).$$

Exercice 2. (/2 POINTS)

Compléter le tableau suivant :

Taux d'évolution	+63%	-48%	+306%	-34%
Coefficient multiplicateur	1,63	0,52	4,06	0,66

Exercice 3. (/7 POINTS)

1. Une ville dépense 30% de son budget en frais d'énergie (essence, électricité, gaz, biomasse, etc), soit 6 000 000€ par an. Calculer le montant de son budget.

En reprenant la formule du cours $p = \frac{n_A}{n_E}$, on aurait ici $p = 30\%$ et $n_A = 6000000$ avec n_E à déterminer. On a donc

$$n_E = \frac{n_A}{p} = \frac{6000000}{0,30} = 20000000.$$

La ville a donc un budget de 20 000 000€.

2. Sachant que l'électricité représente 80% des frais d'énergie, déterminer la part de l'électricité dans le budget de la ville, i.e. la proportion de l'électricité dans le budget, puis le montant en euros de la facture d'électricité de la ville.

L'électricité représente 80% de 30%, on a donc la proportion de l'électricité dans le budget égale à

$$p = 0,8 \times 0,3 = 0,24 = 24\%.$$

Pour obtenir le montant de la facture d'électricité, on peut faire 80% de 6 000 000 ou 24% de 20 000 000. On obtient alors

$$0,24 \times 20000000 = 4800000.$$

3. La ville veut se fixer pour objectif de réduire sa facture d'électricité de 4 800 000 à 2 500 000 en trois ans. Calculer le pourcentage de réduction que cela représente. On arrondira au pourcent près.

Avec la formule du cours, on a ici $v_1 = 4800000$ et $v_2 = 2500000$. Le taux d'évolution est

$$t = \frac{v_2 - v_1}{v_1} = \frac{2500000 - 4800000}{4800000} \simeq -0,48 = -48\%.$$

C'est donc un objectif de réduction de 48%.

4. La ville souhaite diminuer progressivement sa facture d'électricité de 48% sur trois ans. Elle décide d'une réduction de 15% la première année puis de 20% la deuxième année. Calculer le pourcentage de baisse totale sur les deux ans. On arrondira à 0,1% près.

Les coefficients multiplicateurs associées à ces deux évolutions sont $k_1 = 1 + t_1 = 1 - 0,15 = 0,85$ et $k_2 = 1 + t_2 = 1 - 0,20 = 0,8$. Le coefficient multiplicateur global est

$$K = k_1 \times k_2 = 0,85 \times 0,8 = 0,68.$$

Le taux d'évolution global est donc $T = K - 1 = 0,68 - 1 = -0,32 = -32\%$. La facture d'électricité devra donc avoir baissé de 32% sur deux ans.

5. Déterminer le pourcentage d'évolution que l'on doit avoir sur la troisième année pour avoir une diminution globale sur les trois ans de 48%. On arrondira à 0,1% près.

Le coefficient multiplicateur associé à une diminution de 48% est 0,52. On cherche donc k_3 tel que

$$k_1 \times k_2 \times k_3 = 0,52,$$

i.e.

$$k_3 = \frac{0,52}{0,85 \times 0,8} \simeq 0,765.$$

On a donc $t_3 = k_3 - 1 = 0,765 - 1 = -0,235 = -23,5\%$. Il faut donc une diminution de 23,5% sur la troisième année pour avoir une diminution globale de 48%.

Exercice 4. (/3 POINTS)

1. Calculer $\frac{32}{15} \times \frac{10}{24} - \frac{25}{5/3}$.

$$\frac{32}{15} \times \frac{10}{24} - \frac{25}{5/3} = \frac{4 \times 8 \times 2 \times 5}{3 \times 5 \times 3 \times 8} - \frac{25 \times 3}{27 \times 5} = \frac{8}{9} - \frac{5}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

2. Résoudre l'inéquation $-12y - 5 \geq 19$.

$$\begin{aligned} -12y - 5 &\geq 19 \\ -12y &\geq 24 \\ y &\leq -2 \quad \text{on change le sens de l'inégalité car on divise par } -12. \end{aligned}$$

L'ensemble solution est donc l'intervalle $]-\infty; -2]$.

3. Résoudre l'équation $(5z + 15)(2 - 7z) = 0$.

D'après la règle du produit nul, on a soit $5z + 15 = 0$ i.e. $z = -3$, soit $2 - 7z = 0$ i.e. $z = \frac{2}{7}$. Les solutions sont donc -3 et $\frac{2}{7}$.