Nom : **Prénom :** **Groupe : 2$^{\text{de}}$ 10**

Évaluation

Fonctions affines

Sujet 1-A 09/02/2023

Note : / 15 **Soin et maîtrise du langage :** / 2 **Total :** / 17

Instructions générales :

- *Les exercices sont indépendants les uns des autres.*
- *La calculatrice n'est pas autorisée.*

Exercice 1. (/3) Soit f une fonction affine telle que $f(2) = 0$ et $f(5) = 8$.

1. Déterminer l'expression de f.

f est affine donc de la forme $f(x) = mx + p$ avec m et p deux réels à déterminer. On a

$$m = \frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} = \frac{8 - 0}{3} = \frac{8}{3}.$$

Il faut maintenant déterminer p. On sait que $f(2) = 0$, donc

$$\frac{8}{3} \times 2 + p = 0 \iff p = -\frac{16}{3}.$$

Donc $f(x) = \frac{8}{3}x - \frac{16}{3}$.

2. Déterminer les variations de f. Justifier.

On a $a = \frac{8}{3} > 0$, donc f est croissante.

Exercice 2. (/5)

1. Résoudre l'inéquation $(4x-2)(3x+6) \leq 0$.

On a $4x-2 \geq 0$ si et seulement si $x \geq \frac{1}{2}$. De même, $3x+6 \geq 0$ si et seulement si $x \geq -2$. On en déduit le tableau de signe

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$4x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x+6$		$-$	0	$+$		$+$	
$(4x-2)(3x+6)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On en déduit que la solution de l'inéquation est l'intervalle $\left[-2\,;\frac{1}{2}\right]$.

2. Résoudre l'inéquation $\dfrac{-x+3}{2x+1} \leq 0$.

On a $-x+3 \geq 0$ si et seulement si $x \leq 3$. De même, $2x+1 \geq 0$ si et seulement si $x \leq -\frac{1}{2}$. On en déduit le tableau de signe

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$-x+3$		$+$		$+$	0	$-$	
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$\dfrac{-x+3}{2x+1}$		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	

On en déduit que la solution de l'inéquation est l'intervalle $\left]-\infty\,;-\frac{1}{2}\right[\cup [3\,;+\infty[$.

Exercice 3. (/2) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x-3)^2 - 4(1-x)^2$.

1. f est-elle affine ? Justifier.

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x-3)^2 - 4(1-x)^2 \\ &= 4x^2 - 12x + 9 - 4(1 - 2x + x^2) \\ &= 4x^2 - 12x + 9 - 4 + 8x - 4x^2 \\ &= -4x + 5. \end{aligned}$$

f est de la forme $mx + p$ avec $m = -4$ et $p = 5$, elle est donc affine.

2. La droite représentative $\mathscr{D}_f$ de f passe-t-elle par le point $P\left(\frac{1}{2} ; 3\right)$? Justifier.

$P \in \mathscr{D}_f$ si et seulement si $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$. On a

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -4 \times \frac{1}{2} + 5 = -2 + 5 = 3.$$

On en déduit que $P \in \mathscr{D}_f$.

Exercice 4. (/1) Réduire $\dfrac{(4m)^5}{2^{10} \times m^6}$.

On a

$$\frac{(4m)^5}{2^{10} \times m^6} = \frac{4^5 \times m^5}{2^{10} \times m^6} = \frac{(2^2)^5 \times m^{5-6}}{2^{10}} = \frac{2^{10} \times m^{-1}}{2^{10}} = \frac{1}{m}.$$

Exercice 5. (/4)

1. Factoriser et réduire $A = \frac{1}{2}x(x+1) - \frac{3}{5}x^2$.

Le facteur commun est x.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}x(x+1) - \frac{3}{5}x^2 \\ &= x\left(\frac{1}{2}(x+1) - \frac{3}{5}x\right) \\ &= x\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} - \frac{3}{5}x\right) \\ &= x\left(\frac{5}{10}x + \frac{1}{2} - \frac{6}{10}x\right) \\ &= x\left(-\frac{1}{10}x + \frac{1}{2}\right). \end{aligned}$$

2. En déduire les solutions de $\frac{1}{2}x(x+1) - \frac{3}{5}x^2 = 0$.

On veut résoudre $A = 0$, ce qui revient à résoudre d'après la question précédente

$$x\left(-\frac{1}{10}x + \frac{1}{2}\right) = 0.$$

Par la propriété du produit nul, on a que $x = 0$ ou

$$\begin{aligned} -\frac{1}{10}x + \frac{1}{2} &= 0 \\ -\frac{1}{10}x &= -\frac{1}{2} \\ x &= \frac{-10}{-2} \\ x &= 5. \end{aligned}$$

Les solutions de l'équation sont donc 0 et 5.