Nom : **Prénom :** **Groupe : 2$^{\text{de}}$ 10**

Évaluation

Fonctions affines

Sujet 1-B 09/02/2023

Note : / 15 **Soin et maîtrise du langage :** / 2 **Total :** / 17

Instructions générales :

- *Les exercices sont indépendants les uns des autres.*
- *La calculatrice n'est pas autorisée.*

Exercice 1. (/3) Soit f une fonction affine telle que $f(3) = 0$ et $f(6) = -2$.

1. Déterminer l'expression de f.

f est affine donc de la forme $f(x) = ax + b$ avec a et b à déterminer. On a

$$a = \frac{f(6) - f(3)}{6 - 3} = \frac{-2 - 0}{3} = -\frac{2}{3}.$$

Il faut maintenant déterminer b. On sait que $f(3) = 0$, donc

$$-\frac{2}{3} \times 3 + b = 0 \iff b = 2.$$

Donc $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$.

2. Déterminer les variations de f, justifier.

On a $a = -\frac{2}{3} < 0$, donc f est décroissante.

Exercice 2. (/5)

1. Résoudre l'inéquation $(2x-4)(6x+3) \leq 0$.

On a $2x-4 \geq 0$ si et seulement si $x \geq 2$. De même, $6x+3 \geq 0$ si et seulement si $x \geq -\frac{1}{2}$. On en déduit le tableau de signe

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$2x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$6x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$(2x-4)(6x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On en déduit que la solution de l'inéquation est l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}\,;2\right]$.

2. Résoudre l'inéquation $\dfrac{3x+1}{-x+1} \leq 0$.

On a $3x+1 \geq 0$ si et seulement si $x \geq -\frac{1}{3}$. De même, $-x+1 \geq 0$ si et seulement si $x \leq 1$. On en déduit le tableau de signe

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$3x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x+1$		$+$		$+$	0	$-$	
$\dfrac{3x+1}{-x+1}$		$-$	0	$+$		$-$	

On en déduit que la solution de l'inéquation est l'intervalle $\left]-\infty\,;-\frac{1}{3}\right] \cup]1\,;+\infty[$.

Exercice 3. (/2) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4(x+3)^2 - (1-2x)^2$.

1. f est-elle affine ? Justifier.

$$\begin{aligned} f(x) &= 4(x+3)^2 - (1-2x)^2 \\ &= 4(x^2+6x+9) - (1-4x+4x^2) \\ &= 4x^2+24x+36-1+4x-4x^2 \\ &= 28x+35. \end{aligned}$$

f est de la forme $mx+p$ avec $m = 28$ et $p = 35$, elle est donc affine.

2. La droite représentative $\mathscr{D}_f$ de f passe-t-elle par le point $P\left(-\frac{1}{7}\,;31\right)$? Justifier.

$P \in \mathscr{D}_f$ si et seulement si $f\left(-\frac{1}{7}\right) = 31$. On a

$$f\left(-\frac{1}{7}\right) = 28 \times \left(-\frac{1}{7}\right) + 35 = -4 + 35 = 31.$$

On en déduit que $P \in \mathscr{D}_f$.

Exercice 4. (/1) Réduire $\dfrac{8^3 \times n^5}{(2n)^9}$.

On a

$$\frac{8^3 \times n^5}{(2n)^9} = \frac{(2^3)^3 n^5}{2^9 n^9} = \frac{2^9 n^5}{2^9 n^9} = n^{5-9} = n^{-4} = \frac{1}{n^4}.$$

Exercice 5. (/4)

1. Factoriser et réduire $A = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x(x-1)$.

Le facteur commun est x.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x(x-1) \\ &= x\left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{2}(x-1)\right) \\ &= x\left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}\right) \\ &= x\left(\frac{1}{4}x - \frac{6}{4}x + \frac{3}{2}\right) \\ &= x\left(-\frac{5}{4}x + \frac{3}{2}\right). \end{aligned}$$

2. En déduire les solutions de $\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x(x-1) = 0$.

On veut résoudre $A = 0$, ce qui revient à résoudre d'après la question précédente

$$x\left(-\frac{5}{4}x + \frac{3}{2}\right) = 0.$$

Par la propriété du produit nul, on a que $x = 0$ ou

$$\begin{aligned} -\frac{5}{4}x + \frac{3}{2} &= 0 \\ -\frac{5}{4}x &= -\frac{3}{2} \\ x &= \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\right) \\ x &= \frac{6}{5}. \end{aligned}$$

Les solutions de l'équation sont donc 0 et $\frac{6}{5}$.