

## Évaluation

## Probabilités

Sujet 2-A

23/03/2023

Note : / 16    Soins et maîtrise du langage : / 2    Total : / 18

**Instructions générales :**

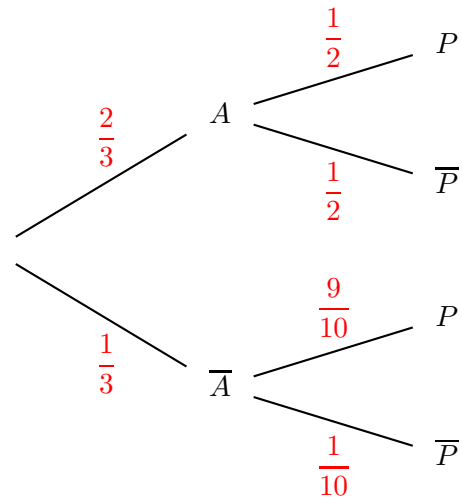
- Les exercices sont indépendants les uns des autres.
- La calculatrice n'est pas autorisée.

**Exercice 1.** ( /3)

Lors de ses aventures, Zoro se perd beaucoup. Ses amis le savent et essayent de l'accompagner le plus possible afin qu'il ne se perde pas. Zoro a ainsi une chance sur deux de se perdre sachant qu'il est accompagné alors que c'est neuf chances sur dix s'il ne l'est pas. Il y a enfin deux chances sur trois pour que Zoro soit accompagné par au moins un de ses compagnons.

On note :

- $A$  l'événement « Zoro est accompagné par ses compagnons » ;
- $P$  l'événement « Zoro se perd ».



1. À l'aide des données de l'énoncé, compléter l'arbre ci-dessus.
2. Calculer la probabilité que Zoro soit accompagné et ne se perde pas.

Zoro est accompagné et ne se perd pas est l'événement  $A \cap \bar{P}$ , on a

$$\mathbb{P}(A \cap \bar{P}) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(\bar{P}) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

Il y a une chance sur trois que Zoro soit accompagné et ne se perde pas.

3. Calculer la probabilité que Zoro ne se perde pas.

On a

$$\mathbb{P}(\bar{P}) = \mathbb{P}(A \cap \bar{P}) + \mathbb{P}(\bar{A} \cap \bar{P}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{3} + \frac{1}{30} = \frac{11}{30}.$$

Il y a 11 chances sur 30 que Zoro ne perde pas.

**Exercice 2.** ( /3) Albus a acheté une nouvelle boîte de dragées surprises dont le tableau ci-dessous donne les goûts et les probabilités de les obtenir.

Goût	Chocolat	Banane	Poire	Noisette	Bois	Boue
Probabilité	0,3	0,1	0,1	0,1	0,3	0,1

1. Compléter le tableau ci-dessus.

2. Quelle est la probabilité d'obtenir un dragée goût bois ou boue ?

La probabilité d'avoir une dragée goût bois ou boue est  $0,3+0,1=0,4$ .

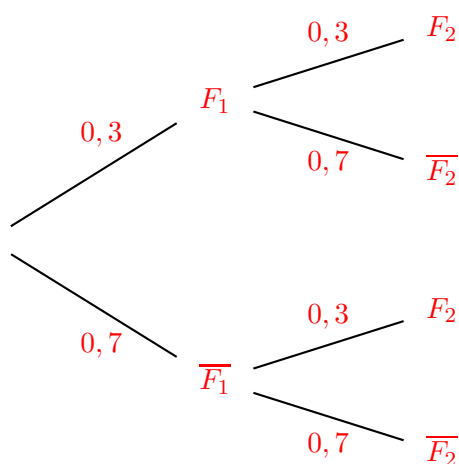
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un dragée goût fruit ? On notera  $F$  l'événement « avoir une dragée goût fruit ».

On a

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(F) &= \mathbb{P}(\text{Banane}) + \mathbb{P}(\text{Poire}) + \mathbb{P}(\text{Noisette}) \\ &= 0,1 + 0,1 + 0,1 \\ &= 0,3. \end{aligned}$$

4. Albus prend successivement deux dragées. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une dragée ayant le goût fruit sur les deux ? *Indication* : on pourra faire un arbre dans lequel  $F_1$  représentera le fait d'obtenir un goût fruit pour la première dragée et  $F_2$  pour la seconde.

Les deux prises de dragées se modélisent par l'arbre ci-dessous.



L'événement avoir au moins un goût fruit est le contraire de ne pas en avoir du tout. Calculons la probabilité de ne pas en avoir du tout :  $\mathbb{P}(\overline{F_1} \cap \overline{F_2})$ .

$$\begin{aligned} P(\overline{F_1} \cap \overline{F_2}) &= \mathbb{P}(\overline{F_1}) \times \mathbb{P}_{\overline{F_1}}(\overline{F_2}) \\ &= 0,7 \times 0,7 \\ &= 0,49. \end{aligned}$$

La probabilité d'avoir au moins un goût fruit sur les deux dragées est donc

$$\mathbb{P}(\overline{\overline{F_1} \cap \overline{F_2}}) = 1 - \mathbb{P}(\overline{F_1} \cap \overline{F_2}) = 1 - 0,49 = 0,51.$$

**Exercice 3.** ( /6) On s'intéresse ici aux types des pokémons, notamment aux types plante et poison. On note  $Pl$  l'événement « le pokémon est de type plante » et  $Po$  l'événement « le pokémon est de type poison ». On obtient les données suivantes :  $\mathbb{P}(Pl) = \frac{14}{150}$ ,  $\mathbb{P}(Po) = \frac{36}{150}$  et  $\mathbb{P}(Pl \cap Po) = \frac{9}{150}$ . On laissera tous les résultats sous forme de fractions.

1. Exprimer en français les événements  $\overline{Pl}$  et  $Pl \cap Po$ .

$\overline{Pl}$  : le pokémon n'est pas de type plante.

$Pl \cap Po$  : le pokémon est de type plante et poison.

2. Exprimer à l'aide de  $Pl$  et  $Po$  l'événement « le pokémon est de type plante ou poison » et « le pokémon n'est ni de type plante ni de type poison ».

« Le pokémon est de type plante ou poison » :  $Pl \cup Po$ .

« Le pokémon n'est ni de type plante ni de type poison » :  $\overline{Pl} \cap \overline{Po}$ .

3. Calculer la probabilité que le pokémon ne soit pas de type plante puis qu'il ne soit pas de type poison.

La probabilité qu'il ne soit pas de type plante  $\mathbb{P}(\overline{Pl}) = 1 - \mathbb{P}(Pl) = \frac{136}{150}$ .

La probabilité qu'il ne soit pas de type poison est  $\mathbb{P}(\overline{Po}) = 1 - \mathbb{P}(Po) = \frac{114}{150}$ .

4. Calculer la probabilité que le pokémon soit de type plante ou poison.

$$\mathbb{P}(Pl \cup Po) = \mathbb{P}(Pl) + \mathbb{P}(Po) - \mathbb{P}(Pl \cap Po) = \frac{14}{150} + \frac{36}{150} - \frac{9}{150} = \frac{41}{150}.$$

5. En déduire  $\mathbb{P}(\overline{Pl \cup Po})$ .

$$\mathbb{P}(\overline{Pl \cup Po}) = 1 - \mathbb{P}(Pl \cup Po) = 1 - \frac{41}{150} = \frac{109}{150}.$$

6. Calculer la probabilité que le pokémon ne soit pas de type plante ou ne soit pas de type poison. *Indication* : on pourra commencer par écrire cet événement à l'aide de  $Pl$  et  $Po$  puis utiliser le fait que  $\overline{Pl} \cap \overline{Po} = \overline{Pl \cup Po}$ .

L'événement « le pokémon ne soit pas de type plante ou ne soit pas de type poison » est  $\overline{Pl} \cup \overline{Po}$ . On a

$$\mathbb{P}(\overline{Pl} \cup \overline{Po}) = \mathbb{P}(\overline{Pl}) + \mathbb{P}(\overline{Po}) - \mathbb{P}(\overline{Pl} \cap \overline{Po}).$$

D'après l'indication, on a  $\mathbb{P}(\overline{Pl} \cap \overline{Po}) = \mathbb{P}(\overline{Pl \cup Po}) = \frac{109}{150}$ . Donc

$$\mathbb{P}(\overline{Pl} \cup \overline{Po}) = \frac{136}{150} + \frac{114}{150} - \frac{109}{150} = \frac{141}{150}.$$

La probabilité que le pokémon ne soit pas de type plante ou ne soit pas de type poison est de  $\frac{141}{150}$ .

---

**Exercice 4.** ( /4)

1. Développer et réduire  $f(x) = -3(2x - 1)^2 + 3$ .

$$\begin{aligned} f(x) &= -3(2x - 1)^2 + 3 \\ &= -3(4x^2 - 4x + 1) + 3 \\ &= -12x^2 + 12x - 3 + 3 \\ &= -12x^2 + 12x. \end{aligned}$$

2. En déduire les éventuels antécédents de 0 par  $f$ .

On peut factoriser l'expression de  $f$  trouvée ci-dessus.

$$f(x) = -12x^2 + 12x = 12x(-x + 1).$$

D'après la règle du produit nul, on a soit  $12x = 0$  ce qui donne  $x = 0$ , soit  $-x + 1 = 0$ , ce qui donne  $x = 1$ . Les antécédents de 0 par  $f$  sont donc 0 et 1.