NOM : **Prénom :** **Groupe : 2$^{\text{de}}$ 10**

Évaluation

Équations de droites - Fonctions carré et cube

La calculatrice n'est pas autorisée

Sujet 3-A 16/05/2023

Note : / 16 **Soin et maîtrise du langage :** / 2 **Total :** / 18

Exercice 1. (/ 4)

1. Donner un exemple d'équation cartésienne de droite.

Par exemple

$$x + y - 1 = 0.$$

2. Donner un vecteur directeur de cette droite.

Par exemple $\vec{v}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. Donner un exemple de point appartenant à cette droite puis un exemple de point n'y appartenant pas. Justifier.

$A\,(1\,;0) \in \mathscr{D}$ puisque

$$1 \times 1 + 1 \times 0 - 1 = 0.$$

$B\,(1\,;1) \notin \mathscr{D}$ puisque

$$1 \times 1 + 1 \times 1 - 1 = 1 \neq 0.$$

4. Donner l'équation réduite de cette droite.

L'équation réduite de cette droite est

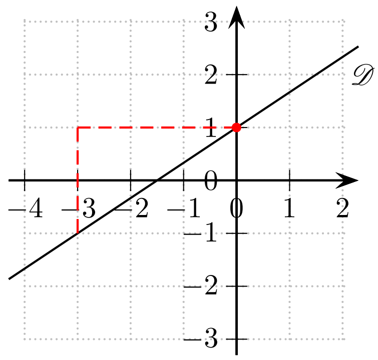
$$y = -x + 1.$$

Exercice 2. (/ 4)

1. Donner l'équation réduite de la droite $\mathscr{D}$ ci-contre par lecture graphique.

Par lecture graphique, l'ordonnée à l'origine est 1 et le coefficient directeur est $-\frac{2}{3}$, l'équation réduite est donc

$$y = \frac{2}{3}x + 1.$$



2. Le point $M\,(-9\,;-5)$ appartient-il à $\mathscr{D}$? Justifier.

M appartient à $\mathscr{D}$ si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de $\mathscr{D}$. On a

$$\frac{2}{3} \times (-9) + 1 = -5,$$

donc $M \in \mathscr{D}$.

3. Soient $A\,(-8\,;6)$ et $B\,(4\,;2)$. Déterminer l'équation réduite de (AB).

On commence par calculer le coefficient directeur m de (AB) :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-6}{4-(-8)} = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3}.$$

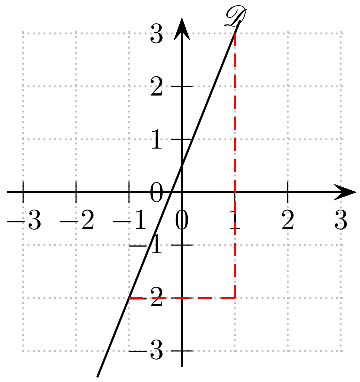
Cherchons maintenant l'ordonnée à l'origine p. Les coordonnées de B doivent vérifier l'équation de la droite donc

$$\begin{aligned} -\frac{1}{3} \times 4 + p &= 2 \\ -\frac{4}{3} + p &= 2 \\ p &= \frac{10}{3}. \end{aligned}$$

(AB) a donc pour équation $y = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$.

Exercice 3. (/ 4)

1. Donner deux vecteurs directeurs de sens opposés de la droite $\mathscr{D}$ ci-contre.



Par lecture graphique, $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\-5\end{pmatrix}$ sont vecteurs directeurs de $\mathscr{D}$ et de sens opposés car $\vec{v}=-\vec{u}$.

2. Déterminer une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}$.

$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$ est vecteur directeur de $\mathscr{D}$ donc celle-ci a pour équation cartésienne

$$5x-2y+c=0$$

avec $c\in\mathbb{R}$ à déterminer.

Pour déterminer c, on utilise un point appartenant à la droite. On a par lecture graphique $P\,(1\,;3)\in\mathscr{D}$ donc

$$5\times1-2\times3+c=0 \iff -1+c=0 \iff c=1.$$

$\mathscr{D}$ a pour équation cartésienne

$$5x-2y+1=0.$$

3. Le point $M\,(4\,;10)$ appartient-il à $\mathscr{D}$? Justifier.

M appartient à $\mathscr{D}$ si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de $\mathscr{D}$. On a

$$5\times4-2\times10+1=1\neq0$$

donc $M\notin\mathscr{D}$.

Exercice 4. (/ 4) Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2$ et $g(x) = 9x^3$. Étudier les positions relatives des courbes de f et g : $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Pour étudier les positions relative de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, on va étudier le signe de $f - g$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) - g(x) = 3x^2 - 9x^3 = 3x^2(1 - 3x).$$

$3x^2$ est positif pour tout $x \in \mathbb{R}$ et $1 - 3x \geq 0$ si et seulement si $x \leq \frac{1}{3}$.

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$3x^2$		$+$		$+$	
$1-3x$		$+$	0	$-$	
$f-g$		$+$	0	$-$	

$f - g$ est positive sur $\left]-\infty\,;\frac{1}{3}\right]$ donc $\mathscr{C}_f$ est au dessus de $\mathscr{C}_g$ sur cet intervalle ; $\mathscr{C}_f$ est en dessous de $\mathscr{C}_g$ sur $\left[\frac{1}{3}\,;+\infty\right[$.