

Évaluation

Équations de droites - Fonctions carré et cube

La calculatrice n'est pas autorisée

Sujet 3-B

16/05/2023

Note : / 18 Soin et maîtrise du langage : / 2 Total : / 20

Exercice 1. (/ 4)

1. Donner un exemple d'équation cartésienne de droite.

Par exemple

$$x + y - 1 = 0.$$

2. Donner un vecteur directeur de cette droite.

Par exemple $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. Donner un exemple de point appartenant à cette droite puis un exemple de point n'y appartenant pas. Justifier.

 $A(1;0) \in \mathcal{D}$ puisque

$$1 \times 1 + 1 \times 0 - 1 = 0.$$

 $B(1;1) \notin \mathcal{D}$ puisque

$$1 \times 1 + 1 \times 1 - 1 = 1 \neq 0.$$

4. Donner l'équation réduite de cette droite.

L'équation réduite de cette droite est

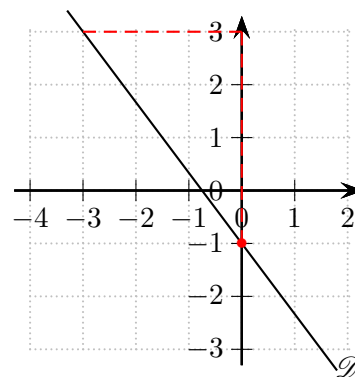
$$y = -x + 1.$$

Exercice 2. (/ 4)

1. Donner l'équation réduite de la droite \mathcal{D} ci-contre par lecture graphique.

Par lecture graphique, l'ordonnée à l'origine est -1 et le coefficient directeur est $-\frac{4}{3}$, l'équation réduite est donc

$$y = -\frac{4}{3}x - 1.$$



2. Le point $M(9;13)$ appartient-il à \mathcal{D} ? Justifier.

M appartient à \mathcal{D} si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de \mathcal{D} . On a

$$-\frac{4}{3} \times 9 - 1 = -13,$$

donc $M \in \mathcal{D}$.

3. Soient $A(-3;4)$ et $B(0;1)$. Déterminer l'équation réduite de (AB) .

On commence par calculer le coefficient directeur m de (AB) :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - 4}{0 - (-3)} = \frac{-3}{3} = -1.$$

Cherchons maintenant l'ordonnée à l'origine p . Les coordonnées de B doivent vérifier l'équation de la droite donc

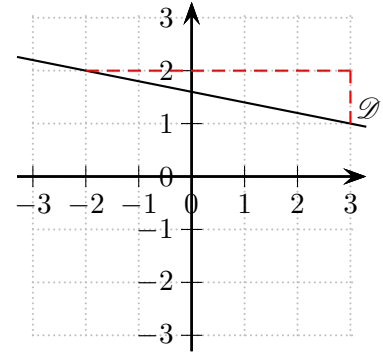
$$\begin{aligned} -1 \times 0 + p &= 1 \\ p &= 1. \end{aligned}$$

(AB) a donc pour équation $y = -x + 1$.

Exercice 3. (/ 4)

1. Donner deux vecteurs directeurs de sens opposés de la droite \mathcal{D} ci-contre.

Par lecture graphique, $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$ sont vecteurs directeurs de \mathcal{D} et de sens opposés car $\vec{v} = -\vec{u}$.



2. Déterminer une équation cartésienne de la droite \mathcal{D} .

$\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ est vecteur directeur de \mathcal{D} donc celle-ci a pour équation cartésienne

$$-x - 5y + c = 0$$

avec $c \in \mathbb{R}$ à déterminer.

Pour déterminer c , on utilise un point appartenant à la droite. On a par lecture graphique $P(3; 1) \in \mathcal{D}$ donc

$$-3 - 5 \times 1 + c = 0 \iff -8 + c = 0 \iff c = 8.$$

\mathcal{D} a pour équation cartésienne

$$-x - 5y + 8 = 0.$$

3. Le point $M \left(7; \frac{1}{5} \right)$ appartient-il à \mathcal{D} ? Justifier.

M appartient à \mathcal{D} si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de \mathcal{D} . On a

$$-7 - 5 \times \frac{1}{5} + 8 = 0$$

donc $M \in \mathcal{D}$.

Exercice 4. (/ 4) Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} par $f(x) = 5x^2$ et $g(x) = 10x^3$. Étudier les positions relatives des courbes de f et g : \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

Pour étudier les positions relative de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g , on va étudier le signe de $f - g$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) - g(x) = 5x^2 - 10x^3 = 5x^2(1 - 2x).$$

$5x^2$ est positif pour tout $x \in \mathbb{R}$ et $1 - 2x \geq 0$ si et seulement si $x \leq \frac{1}{2}$.

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$5x^2$	+	+	+
$1 - 2x$	+	0	-
$f - g$	+	0	-

$f - g$ est positive sur $\left] -\infty; \frac{1}{2} \right]$ donc \mathcal{C}_f est au dessus de \mathcal{C}_g sur cet intervalle ; \mathcal{C}_f est en dessous de \mathcal{C}_g sur $\left[\frac{1}{2}; +\infty \right[$.